ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Д2-87-798

Труды VIII Международного Совещания по проблемам квантовой теории поля

Алушта, 1987

Proceedinqs of the VIII International Conference on the Problems of Quantum Field Theory

Alushta, 1987

Дубна 1987

ГЛУБОКОНЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ В ФОРМАЛИЗМЕ С ВОЛНОВЫМИ ФУНКЦИЯМИ ПОКОЯЩИХСЯ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

А.Н.Сисакян
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

А.Н.Квинихидзе, А.М.Хведелидзе
Математический институт АН ГССР, Тбилиси

Теория возмущений является единственным регулярным методом в квантовой теории поля. Однако многие задачи рассчитываются с ее помощью лишь частично и для их полного решения необходимо привлечение так называемых непертурбативных методов. Это относится, в частности, к описанию процессов рассеяния составных систем. Учет составной структуры адронов приводит к представлениям для амплитуды рассеяния, в которых по теории возмущений вычисляется лишь часть, соответствующая рассеянию высвобожденных из связанного состояния составляющих /1/. Полное выражение содержит функции, соответствующие переходу физической частицы в составляющие (волновые функции связанного состояния), определение которых, как известно, выходит за рамки теории возмущений. Поэтому представляет интерес построение формализма, в котором часть, рассчитываемая непертурбативными методами, максимально упрощена. Следует отметить, что это, вообще говоря, приведет к некоторому усложнению теории возмущения.

В настоящей работе рассматривается один из наиболее простых примеров взаимодействия составных систем: глубоконеупругое рассеяние точечной частицы на адроне. Выбором системы покоя составной частицы (адрона), соответствующее сечение выражается через более привычные, с точки зрения нерелятивистской квантовой механики, волновые функции связанного состояния в покое. Как известно, в традиционном подходе используются более сложные и менее изученные волновые функции в системе бесконечного импульса $P_z \to \infty$ /2,3/. Предлагается новый вариант разложения структурных функций в ряд по константе связи, каждый член которого обладает свойством спектральности благодаря правильному учёту закона сохранения энергии в любом порядке теории возмущений. Анализ, проведенный в КХД, показывает, что в системе покоя связанного состояния $(\vec{P}=0)$ импульсное приближение, хотя и удовлетворяет требованию масштабной инвариантности, недостаточно для корректного описания упругого предела

$x_{Bj} \to 1$, в отличие от системы $P_z \to \infty$. Это означает, что партонная модель эквивалентна импульсному приближению лишь в системе $P_z \to \infty$. Для получения ведущих в асимптотической области $x_{Bj} \to 1$ членов необходим учёт взаимодействия составляющих в конечном состоянии. В этом кажущемся усложнении расчетов по теории возмущений заключается вышеупомянутая плата за простоту и физическую наглядность волновых функций, фигурирующих в нашем подходе.

§ I. Теория возмущений

Рассмотрим процесс глубоконеупругого рассеяния электрона на адроне. Сечение процесса определяется тензором

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x \exp(iq\cdot x) \langle P | \mathbb{J}_\mu(x) \, J_\nu(0) | P \rangle , \qquad (I)$$

где $|P\rangle$ - собственное состояние полного гамильтониана H, соответствующее адрону с 4-импульсом P $(P^2 = M^2)$, нормированное условием $\langle P' | P \rangle = (2\pi)^3 2P^0 \delta^{(3)}(\vec{P} - \vec{P}')$, $\mathbb{J}_\mu(x)$ - электромагнитный ток в представлении Гейзенберга. Для определенности условимся, что в нулевой момент времени картины Гейзенберга и взаимодействия совпадают

$$\mathbb{J}_\mu(x) = J_\mu(x) \quad \text{при} \quad x_0 = 0 .$$

Если одетый ток $\mathbb{J}_\mu(x)$ разложить по константе взаимодействия

$$\mathbb{J}_\mu(\vec{x},t) = \left\{ T\exp i \int_0^t H_I(t')dt' \right\}^+ J_\mu(\vec{x},t) \left\{ T\exp i \int_0^t H_I(t')dt' \right\} , \qquad (2)$$

получим один из возможных вариантов теории возмущений для структурных функций глубоконеупругого рассеяния. В нулевом порядке имеем известное выражение со свободными токами

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x \exp(iq\cdot x) \langle P | J_\mu(x) \, J_\nu(0) | P \rangle , \qquad (3)$$

выявляющее основной недостаток теории возмущений (2) - в ней потеряно такое важное свойство структурных функций, как спектральность, связанное с правильным учётом закона сохранения энергии при составлении сечения глубоконеупругого рассеяния. Действительно, можно проверить, что в нулевом приближении (3) $W_{\mu\nu} \neq 0$ ниже порога реакции $(P+q)^2 = M^2$, $x_{Bj} = -q^2/2P\cdot q > 1$. Ясно, что никакой полный набор состояний $|N\rangle$ между токами в (3) не приведет к δ- функции по энергии в выражении

$$T_\mu = \int d^4x \, \exp(iq\cdot x) \langle P | J_\mu(x) | N \rangle , \qquad (4)$$

так как $|P\rangle$ – собственное состояние полного гамильтониана H, временные трансляции тока $J_\mu(x)$ задаются свободным гамильтонианом. Поскольку нарушение свойства спектральности заведомо означает искажение поведения структурных функций в окрестности $x_{Bj} \sim 1$, представление (3) становится непригодным для изучения этой области. Для восстановления свойства спектральности в (3) используют партонную картину, в которой важны два момента – переход к системе $P_z \to \infty$, предположение об ограниченности поперечного движения кварков в адроне. При этом существенны проекционные свойства волновой функции связанного состояния по продольной фракции импульса составляющих, имеющие место только в системе $P_z \to \infty$. Поскольку ниже рассмотрение ведется в системе покоя составной частицы, необходимо иметь теорию возмущений, в которой свойство спектральности сохранено в каждом члене разложения.

Тензор $W_{\mu\nu}$ перепишем в виде

$$W_{\mu\nu} = \int d^3\vec{x} \, \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{x}) \langle P | J_\mu(\vec{x},0) \, \delta(P_0+q_0-\hat{H}) \, J_\nu(0) | P \rangle . \qquad (5)$$

Символическая запись δ – функции с операторным аргументом расшифровывается с помощью замены (5):

$$\delta(z-\hat{H}) \Rightarrow \sum_N \delta(z-E_N) |N\rangle \langle N| ,$$

где $|N\rangle$ – полный набор собственных состояний гамильтониана H. Поскольку оба тока в (5) свободные, построение теории возмущений сводится к разложению δ – функции по константе связи. Для этого воспользуемся представлением

$$2\pi i \, \delta(z-\hat{H}) = [z-\hat{H}-i\epsilon]^{-1} - [z-\hat{H}+i\epsilon]^{-1} ,$$

определением оператора $\hat{T}$ –матрицы

$$[z-H+i\epsilon]^{-1} = [z-H_0+i\epsilon]^{-1} + [z-H_0+i\epsilon]^{-1} \hat{T}(z) [z-H_0+i\epsilon]^{-1} ,$$

$$[z-H-i\epsilon]^{-1} = [z-H_0-i\epsilon]^{-1} + [z-H_0-i\epsilon]^{-1} \hat{T}^{+}(z) [z-H_0-i\epsilon]^{-1}$$

и условием унитарности[x)]

$$\hat{T}^{+}(z) - \hat{T}(z) = 2\pi i\, \hat{T}(z)\, \delta(z-\hat{H}_0)\, \hat{T}^{+}(z). \tag{6}$$

Тогда после несложных выкладок получим

$$W_{\mu\nu} = \int d^3\vec{x}\, \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{x}) \langle P | J_\mu(\vec{x},0) \{ I + [z-\hat{H}_0+i\epsilon]^{-1} \hat{T}(z) \} \cdot$$
$$\cdot\, \delta(z-\hat{H}_0) \cdot \{ I + [z-\hat{H}_0+i\epsilon]^{-1} \hat{T}(z) \}^{+} J_\nu(0) | P \rangle. \tag{7}$$

Если воспользоваться полным набором голых состояний $|n\rangle$ (т.е. собственных состояний гамильтониана H_0) и проинтегрировать по $d^3\vec{x}$, имеем

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_n \delta^{(4)}(P+q-P_{(n)})\, T_\mu T_\nu^{+}, \tag{8}$$

где

$$T_\mu = \langle P | J_\mu(0) \{ I + [z-H_0+i\epsilon]^{-1} \hat{T}(z) \} | n \rangle,$$

$P_{(n)}$ - полный 4-импульс состояния $|n\rangle$. Мы предлагаем теорию возмущений для функций $W_{\mu\nu}$, основанную на разложении по константе связи оператора $\hat{T}(z)$ в соотношениях (7) или (8). Тогда наличие в (8) четырехмерной δ - функции в любом порядке предложенного варианта теории возмущений обеспечивает сохранение вышеуказанного свойства спектральности. Следует обратить внимание на следующее обстоятельство: каждый член разложения (8) неинвариантен относительно преобразований Лоренца, в то время как разлагаемая функция $W_{\mu\nu}$ лоренц-инвариантна. Указанная зависимость членов разложения от системы отсчета характерна для теорий возмущений, в которых выделяются нековариантные непертурбативные "блоки" (в нашем случае волновые функции связанного состояния),нетривиально зависящие от параметра разложения.

---

x) При наличии в теории связанных состояний $|\beta\rangle$ в правой части условия унитарности (6) имеется дополнительный член $2\pi i \sum_\beta (z-H_0)|\beta\rangle \cdot$ $\cdot\, \delta(z-E_\beta) \langle\beta|(z-H_0)$. Более того, в одной из возможных схем запирания кварков именно это слагаемое оказывается существенным. Обсуждение этих вопросов будет проведено в другом месте.

§ 2. Импульсное приближение и пороговое поведение

Представим связанное состояние $|P\rangle$ фоковским столбцом с компонентами $\Psi^{(n)}_{\vec{P}}(\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_n)$, которые ниже будем называть n - частичными волновыми функциями

$$\langle p_1,\dots p_n|P\rangle = \delta^{(3)}(\vec{P}-\sum_{\ell=1}^{n}\vec{p}_\ell)\,\Psi^{(n)}_{\vec{P}}(\vec{p}_1,\dots,\vec{p}_n).$$

Выпишем (8) в импульсном приближении, соответствующем $\hat{T}(z)=0$:

$$W_{\mu\nu}=\sum_i\int\rho^i_P(p)\,\delta^{(+)}((P+q-p)^2-m_i^2)\,\omega_{\mu\nu}\,d^4p, \tag{9}$$

где $\rho^i_P(p)$ - есть вероятность того, что в адроне с импульсом P суммарный четырехимпульс всех составляющих, кроме i-й, находится в интервале p, $p+dp$,

$$\rho^i_P(p)=\sum_n(2\pi)^{-3(n+1)}\int\prod_{\ell=1}^{n}\frac{d\vec{p}_\ell}{2p^0_\ell}\,\delta^{(4)}(p-\sum_{\ell\neq i}^{n}p_\ell)\,\delta^{(3)}(\vec{P}-\sum_{\ell=1}^{n}\vec{p}_\ell)\left|\Psi_{\vec{P}}(p_1,\dots p_{i-1},p_{i+1},\dots p_n)\right|^2$$

$$\omega_{\mu\nu}=\langle p_i|J_\mu(0)|p_i'\rangle\langle p_i'|J_\nu(0)|p_i\rangle, \tag{10}$$

$$\vec{p}_i=\vec{P}-\vec{p},\quad \vec{p}_i{}'=\vec{p}_i+\vec{q},\quad p_\ell^2=m_\ell^2.$$

Матричные элементы свободного электромагнитного тока спинорных составляющих имеют простой вид :

$$\langle p_i|J_\mu(0)|p_i'\rangle=e_i\,\bar{U}(p_i)\gamma_\mu U(p_i). \tag{11}$$

Ограничимся рассмотрением специальных систем отсчета $\vec{P}=0$ и $P_z\to\infty$. Заметим, что согласно (10) $\rho^i_{\vec{0}}(p)$ является функцией двух аргументов p_0, $|\vec{p}|$, а в системе $P_z\to\infty$ зависит от трех аргументов $x=p^0{+}p^3/P_0{+}P^3$, $\vec{p}_\perp^{\,2}$, p^2, инвариантных относительно вращений в плоскости, перпендикулярной оси z. Пренебрежение малыми слагаемыми (порядка M^2/ν) в аргументе δ - функции (9) дает приближенные представления, соответствующие партонной картине (в системе $\vec{P}=0$)

$$W_{\mu\nu}=\frac{M\xi}{W^2}\pi\sum_i\int_{m^2}^{\infty}dp^2\int_{\frac{p^2}{2M\xi}+\frac{M\xi}{2}}^{\infty}dp_0\cdot\rho^i_{\vec{0}}(p_0,p^2). \tag{12}$$

В системе $P_z\to\infty$ $(q^+<0)$

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M\xi}{W^2} \sum_i \varrho^i_\infty (1-\xi)\,\omega_{\mu\nu} \,, \tag{13}$$

где

$$\varrho^i_\infty(x) = \int_{m^2}^{\infty} dp^2 \int_0^{\infty} d\vec{p}_\perp^{\,2}\, \varrho^i_\infty (x, \vec{p}_\perp^{\,2}, p^2) \,, \quad p^\pm = p^0 \pm p^3$$

известное партонное распределение по продольным функциям импульсов

$$W^2 = (P+q)^2 \,, \quad M\xi = M + \nu - |\vec{q}| \,.$$

Пользуясь представлением (I2), можно исследовать поведение структурных функций вблизи эксклюзивного порога $\xi \to 0$. Легко видеть, что оно определяется асимптотическим поведением волновых функций покоящегося адрона в области больших импульсов всех составляющих $p_i^- < M\xi$. Аналогичным образом в системе $P_z \to \infty$ упругий предел структурных функций согласно (I3) задается поведением функций светового фронта при $x \to 1$. Асимптотический анализ уравнений для n - частичных волновых функций связанных состояний в КХД /4,5/:

$$\Psi^{(n)}_{\vec{0}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \ldots \vec{p}_n) \longrightarrow |\vec{p}|^{-3(n-1)+n/2}$$

$$|\vec{p}_1| \sim |\vec{p}_2| \sim \ldots \sim |\vec{p}_n| \sim |\vec{p}| \to \infty$$

$$\Psi^{(n)}_{\infty}(\vec{p}_{\perp 1}, \ldots, \vec{p}_{\perp n}, x_1, \ldots x_n) \longrightarrow (1-x_i)^{\frac{1}{2}(2n-3)+|\Delta\lambda|}$$

$$x_i \to 1$$

($\Delta\lambda$ - разность между спиральностью связанного состояния и спиральностью активного кварка) показывает, что импульсное приближение даёт различные результаты в зависимости от системы отсчета. А именно: в формализме с покоящимися адронами получается более сильное падение при $\xi \to 0$ $\nu W_2 \sim \xi^{5n-6}$, чем общепринятое в настоящее время $\nu W_2 \sim \xi^{2n-3+2|\Delta\lambda|}$ /4/, согласующееся со следствием импульсного приближения в системе отсчета $P_z \to \infty$. Здесь мы имеем случай, когда нулевой порядок по теории возмущений не обеспечивает правильного описания исследуемой закономерности и необходим учёт следующих членов разложения $\hat{T}(z)$ в (8).

Действительно, в работе /6/ показано, что ведущая асимптотика при $\xi \to 0$ в системе $\vec{P} = 0$ соответствует диаграммам типа рис.I, 2 и результаты расчетов согласуются с импульсным приближением в системе $P_z \to \infty$.

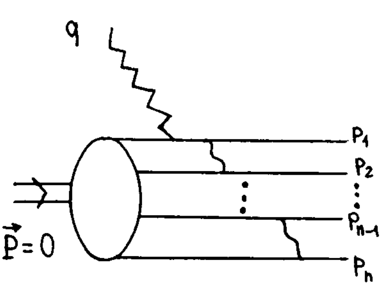

Рис. I

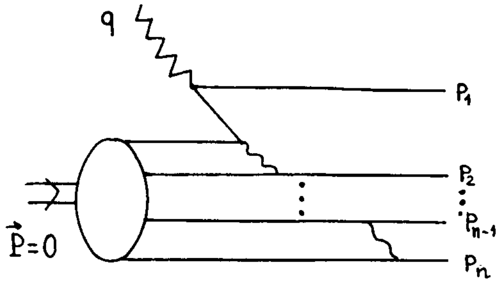

Рис. 2

Для качественного объяснения сказанного заметим , что часть любой диаграммы (типа I,2), находящаяся справа от фотонной вершины, соответствует рассеянию составляющих с полным импульсом $\vec{q}$. В пределе $|\vec{q}| \to \infty$ (это есть исследуемая нами область) ядра, соответствующие этим диаграммам, определяются теорией возмущений в системе "бесконечного импульса" $P_z \to \infty$ с осью z, направленной вдоль вектора $\vec{q}$. Этим же интуитивно объясняется ослабление падения сечений при $\xi \to 0$ за счет характерного в $P_z \to \infty$ сокращения больших слагаемых в энергетических знаменателях.

Авторы глубоко благодарны В.А. Матвееву и А.Н. Тавхелидзе за внимание к работе и ценные замечания.

Литература

I. Квинихидзе А.Н., Сисакян А.Н., Слепченко Л.А., Тавхелидзе А.Н. ЭЧАЯ, I977, т. 8, вып. 3, 478-543.
2. Kogut J., Susskind E.L.-Phys. Reports 8C, No 2, 75-I72, I973.
3. Lepage G.P., Brodsky S.J., Huang T. and Mackenzie P, Particles and Fieds - 2, Proc. of the Banff Summer Institute, Banff, Canada I98I, edited by A.Z. Capri and Komal (Plenum, New-Jork, I983).
4. Gunion J.F., Nason P. and Blankenbeceer R.-Phys. Rev., I984, D29, No II, 249I-25II.
5. Квинихидзе А.Н., Матвеев А.В., Хведелидзе А.М. ТМФ, I987, т. 72, № I, 45-57.
6. Khvedelidze A.M., Kvinikhidze A.N., Sissakian. Preprint JINR E2-87-543, Dubna, I987.