

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



P2 - 8815

Х.М.Бештоев, А.Н.Сисакян

ИЗОТОПИЧЕСКАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ  
И СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СЕЧЕНИЯМИ РЕАКЦИЙ  
С МНОЖЕСТВЕННЫМ ОБРАЗОВАНИЕМ ЧАСТИЦ

**1975**

Бештоев Х.М., Сисакян А.Н.

P2 - 8815

Изотопическая инвариантность и соотношения между сечениями реакций с множественным образованием частиц

Настоящая работа представляет собой попытку, используя изотопическую ( $SU_2$ ) инвариантность, получить соотношения для сечений различных реакций в случае взаимодействия с множественным рождением адронов. Рассматривается случай процесса с лидирующими частицами.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1975

Beshtoev Ch.M., Sissakian A.N.

P2 - 8815

Isotopic Invariance and Relations between the Cross-Section of Reactions with the Multiparticle Production

In the present work, an attempt was made, using the isotopic ( $SU_2$ ) invariance, to obtain the relations between the cross-sections of various reactions in the case of interaction with the multiparticle production of hadrons. The case of processes with leading particle is considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 1975

§1. Как известно, группы симметрии являются удобным аппаратом для получения соотношений между различными физическими величинами. На протяжении многих лет этот метод интенсивно разрабатывался в связи с задачами физики элементарных частиц. Достаточно полно обсуждался в литературе случай применения групп симметрии к упругому рассеянию частиц /см., напр., монографию /1/ /. В последнее время, в связи с большим интересом к проблеме множественного образования адронов в ряде исследований аппарат теории групп был использован для нахождения связи между сечениями инклюзивных процессов, рассмотренных впервые в 1967 г. в работах Логунова и сотрудников /2/. В этой связи укажем на работы /3/, в которых проведен общий изотопический анализ инклюзивных процессов. В частности, было показано, что из группового подхода можно получить изоспины недетектируемой части процесса

$$ab \rightarrow cdX.$$

С другой стороны, если изотопический спин  $X$  считать известным, то следует ряд соотношений между сечениями инклюзивных процессов.

В настоящей работе мы попытались, используя изотопическую ( $SU_2$ ) инвариантность, получить соотношения для сечений различных реакций в случае взаимодействия с множественным рождением адронов.

При этом рассматривается случай реакций с "лидирующими" частицами. Под этим подразумевается, что при высоких энергиях вторичные частицы могут быть представлены как продукты диссоциации лидирующих частиц /налетающей частицы или частицы-мишени/; а другие -

как продукты распада адронных ассоциаций, не зависящих от сталкивающихся объектов. Таким образом, анализ проводится для процессов столкновения адронов высоких энергий, причем картина образования вторичных частиц реализуется в духе модели двух механизмов<sup>/4/</sup>.

## §2. Рассмотрим многочастичную реакцию

$$a + b \rightarrow c + d + e + f + \dots \quad /1/$$

Пусть  $\Psi_a, \Psi_b, \Psi_c, \Psi_d \dots$  - изотопические функции частиц  $a, b, c, d, \dots$ , соответственно. Тогда функции начального состояния можно представить в виде:

$$\Psi_{in} = \Psi_a \Psi_b = \sum_{JM} C_{ab}^{JM} \Psi_{JM} \quad /2/$$

где  $C_{ab}^{JM}$  - коэффициенты Клебша-Гордона,  $\Psi_{JM}$  - изотопическая функция промежуточного состояния,  $J$  - изоспин, а  $M \equiv J_3$ .

Запишем функцию конечного состояния данной реакции, выделяя изотопические функции частиц

$$\Psi_{out}(ab \rightarrow cdef \dots) = B'(ab \rightarrow cdef \dots) \cdot \Psi_c \cdot \Psi_d \cdot \Psi_e \cdot \Psi_f \dots \quad /3/$$

где  $B'(ab \rightarrow cd \dots)$  содержит информацию о пространственно-временных переменных процесса.

Если частицы  $c$  и  $d$  являются лидирующими, то выделенными будут не только импульсы этих частиц, но и их изотопические спины /сталкивающиеся частицы  $a$  и  $b$  переходят в результате взаимодействия в  $c$  и  $d$  с сохранением изотопических спинов и суммарной третьей проекции  $M_a + M_b = M_c + M_d$  /.

Из /2/ и /3/ в предположении о существовании лидирующих частиц получим:

$$\Psi_{out}(ab \rightarrow cdef \dots) = B'(ab \rightarrow cdef \dots) \sum_{J'M'} C_{cd}^{J'M'} \Psi_{J'M'} \cdot \Psi_e \cdot \Psi_f \dots \quad /4/$$

Используя ортогональность по промежуточным состояниям изотопического спина начального и конечного состояний, можно записать амплитуду процесса /1/ в виде:

$$\begin{aligned}
 A(ab \rightarrow cdef \dots) &= \Psi_{in}^* \Psi_{out} = \sum_{JM} C_{ab}^{JM} C_{cd}^{JM} \times \\
 &\times B'(ab \rightarrow cdef \dots) \cdot \Psi_{J,-M} \Psi_{JM} \cdot \Psi_e \cdot \Psi_f \dots = \quad /5/ \\
 &= \sum_{JM} C_{ab}^{JM} C_{cd}^{JM} B_J(ab \rightarrow cdef \dots),
 \end{aligned}$$

где

$$B_J(ab \rightarrow cdef \dots) = B'(ab \rightarrow cdef \dots) \cdot \Psi_{J,-M} \cdot \Psi_{J,M} \cdot \Psi_e \cdot \Psi_f \dots$$

Отметим, что из изотопической инвариантности следует независимость  $B_J(ab \rightarrow cdef \dots)$  от  $M$ .

Относительно явной зависимости  $B_J(ab \rightarrow cdef \dots)$  от  $J$  не будем делать никаких предположений. /Полный изотопический спин системы  $e+f+\dots$  после выделения лидирующих частиц будет равен в общем случае  $0 \div 2J$  /.

Выражение /5/ для амплитуды процесса /1/ можно использовать для получения соотношений между амплитудами, сечениями и дифференциальными сечениями.

Рассмотрим пион-нуклонные реакции, разбив их на следующие группы:

$$\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ N \pi$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p N \pi, \quad \pi^0 n N \pi$$

$$\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p N \pi, \quad \pi^+ n N \pi$$

$$\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n N \pi, \quad \pi^0 p N \pi$$

$$\pi^- n \rightarrow \pi^- n N \pi$$

$$\pi^0 n \rightarrow \pi^0 n N \pi, \quad \pi^- p N \pi,$$

где  $N = n - 2$ . Под  $N \pi$  подразумевается рождение не

только  $N$ ,  $\pi$ -мезонов, но и рождение других частиц ( $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $k$ ...).

Амплитуды этих десяти процессов, используя /5/5/, можем параметризовать в изотопическом пространстве

$$A(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p N \pi) = B_{3/2} = A(\pi^- n \rightarrow \pi^- n N \pi)$$

$$A(\pi^- p \rightarrow \pi^- p N \pi) = \frac{1}{3} B_{3/2} + \frac{2}{3} B_{1/2} = A(\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n N \pi)$$

$$A(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n N \pi) = \frac{\sqrt{2}}{3} (B_{3/2} - B_{1/2}) = A(\pi^+ n \rightarrow \pi^0 p N \pi) \quad /7/$$

$$A(\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p N \pi) = \frac{2}{3} B_{3/2} + \frac{1}{3} B_{1/2} = A(\pi^0 n \rightarrow \pi^0 n N \pi)$$

$$A(\pi^0 p \rightarrow \pi^+ n N \pi) = \frac{\sqrt{2}}{3} (B_{3/2} - B_{1/2}) = A(\pi^0 n \rightarrow \pi^- p N \pi).$$

Запишем несколько соотношений, получающихся из /7/ в приближении равенства масс частиц, принадлежащих одинаковым изомультиплетам

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p N \pi) = \sigma(\pi^- n \rightarrow \pi^- n N \pi)$$

$$\sigma(\pi^- p \rightarrow \pi^- p N \pi) = \sigma(\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n N \pi)$$

$$A(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p N \pi) - A(\pi^- p \rightarrow \pi^- p N \pi) = \sqrt{2} A(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n N \pi)$$

$$\frac{d\sigma(\pi^- p \rightarrow \pi^- p N \pi)}{dt} = \frac{d\sigma(\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n N \pi)}{dt} \quad /8/$$

Соотношения между сечениями и амплитудами процессов в случае  $K$ -мезон-нуклонных и нуклон-нуклонных реакций приведены в *Приложении*. При высоких энергиях, когда лидирование является доминирующим процессом, нетрудно получить следующие соотношения:

$$\sigma(ab \rightarrow cdef \dots) \sim |A(ab \rightarrow cdef \dots)|^2$$

/9/

$$\sigma(ab \rightarrow cd) \sim \sum_{e,f,\dots} |A(ab \rightarrow cdef \dots)|^2$$

Суммирование осуществляется по всевозможным конечным состояниям, за исключением лидирующих частиц.

Отметим, что равенство  $\sigma_{\text{tot}}(\pi^+d) = \sigma_{\text{tot}}(\pi^-d)$ , которое следует из /9/ при достаточно высоких энергиях, выполняется с большой степенью точности /6/.

Для всех групп реакций, рассмотренных выше и в *Приложении*,  $B_J(ab \rightarrow cdef \dots)$  имеют одинаковую изотопическую структуру по значениям изотопического спина состояния (efk.....) /т.е. вообще говоря, кластеры или пионизационные части для всех реакций идентичны/.

Отметим также, что полученные соотношения упрощаются, если предположить, что в описанных выше реакциях обменный процесс вырождается. /т.е.  $ab \rightarrow ab \dots$ )

§3. Остановимся на случае дифракционной диссоциации лидирующих частиц.

Перепишем реакцию /1/ в упрощенном виде



/ $\Phi$  включает все рождающиеся частицы, за исключением частиц  $c$  и  $d$  /, тогда /5/ принимает форму

$$A = \sum C_{ab}^{JM} C_{cd}^{JM} \bar{B}_J(ab \rightarrow cd \cdot \Phi). \quad /11/$$

В случае реакции с дифракционной диссоциацией лидирующих частиц можно записать



где  $c'$  и  $d'$  - возбужденные частицы с теми же квантовыми числами, что и частицы  $c$  и  $d$  из реакции /1/, за исключением углового момента.

Амплитуда  $A(ab \rightarrow c'd'\Phi)$  в этом случае принимает вид:

$$\begin{aligned}
 A(ab \rightarrow c'd'\Phi) &= \sum_{JM} C_{ab}^{JM} C_{c'd'}^{JM} B_J(ab \rightarrow c'd'\Phi) = \\
 &= \sum_{JM} C_{ab}^{JM} C_{cd}^{JM} C_{d'} C_{c'} B_J(ab \rightarrow c\Delta_{c'}, b\Delta_{b'}, \Phi),
 \end{aligned}
 \tag{13/}$$

где  $C_{d'}$ ,  $C_{c'}$  - изотопические коэффициенты распадов

$$c' \rightarrow c \cdot \Delta_{c'} \quad (J_{c'} = J_c) \tag{14/}$$

$$d' \rightarrow d \cdot \Delta_{d'} \quad (J_{d'} = J_d),$$

а  $\Delta_{c'}$ ,  $\Delta_{d'}$  - продукты диссоциации лидирующих частиц ( $c'$ ,  $d'$ ).

Из выражения /13/ получаются те же соотношения /см. /6-8/ и /П.1-П. IV //, но с дополнительным ограничением: эти соотношения имеют место для процессов с одинаковыми дифракционными частями / $c'$  и  $d'$ /. Для процесса с дифракционной диссоциацией лидирующей частицы сечение имеет вид:

$$\sigma(ab \rightarrow cd) = \sum_{\Phi} |A(ab \rightarrow c'd'\Phi)|^2 \cdot \Phi \Delta_{c'} \Delta_{d'} \tag{15/}$$

Используя /15/, можно получить соотношения между полными сечениями. Отметим, что здесь предполагалось равенство масс частиц, принадлежащих одному изомультиплету.

До сих пор для получения связей между сечениями рождения частиц для различных реакций использовалось выражение /5/.

В заключение отметим, что это же выражение можно изучать для получения соотношений между вероятностями рождения  $n$ -частиц разного зарядового состава /7/ при выделении частиц с  $d$  остается  $n$ -частичная система  $\Phi$ , но при фиксированном их числе. Т.е. если известны изотопический спин системы и изотопические спины рождающихся частиц, то вероятности различных зарядовых состояний при фиксированном числе рождающихся частиц будут пропорциональны квадратам многочастич-



ных коэффициентов Клебша-Гордона. Наиболее разработанным методом общего рассмотрения распада системы является статистический подход /8/.

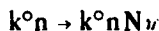
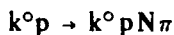
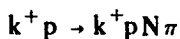
Таким образом, проведенное рассмотрение показывает, что привлечение общих требований изотопической инвариантности в сочетании с физическими качественными соображениями о характере изучаемых процессов /наличие лидирующих частиц, адронных кластеров или ассоциаций/ позволяет получить ряд важных соотношений между амплитудами и сечениями множественных процессов.

Авторы выражают глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе и В.А.Матвееву за постоянное внимание к работе и ценные советы, а также А.Б.Говоркову, С.П.Кулешову, В.К.Митрюшкину, Р.М.Мир-Касимову, М.В.Савельеву и Л.А.Слепченко за интересные обсуждения.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### К - мезон-нуклонные реакции

1/ Группа реакций:



Параметризация амплитуд:

$$A(k^+ p \rightarrow k^+ p N \pi) = B_1$$

$$A(k^+ n \rightarrow k^+ n N \pi) = \frac{1}{2} (B_1 + B_0) \quad /П.1/$$

$$A(k^+ n \rightarrow k^0 p N \pi) = \frac{1}{2} (B_1 - B_0)$$

$$A(k^{\circ}p \rightarrow k^{\circ}pN\pi) = \frac{1}{2} (B_1 + B_0)$$

$$A(k^{\circ}p \rightarrow k^+nN\pi) = \frac{1}{2} (B_1 - B_0)$$

$$A(k^{\circ}n \rightarrow k^{\circ}nN\pi) = B_1$$

**Соотношения:**

$$A(k^+p \rightarrow k^+pN\pi) = A(k^{\circ}n \rightarrow k^{\circ}nN\pi)$$

$$\sigma(k^+n \rightarrow k^+nN\pi) = \sigma(k^{\circ}p \rightarrow k^{\circ}pN\pi) \quad \text{и т.д.}$$

**2/ Группа реакций:**

$$k^-p \rightarrow k^-pN\pi, \quad \tilde{k}^{\circ}nN\pi$$

$$k^-n \rightarrow k^-nN\pi$$

$$\tilde{k}^{\circ}p \rightarrow \tilde{k}^{\circ}pN\pi$$

$$\tilde{k}^{\circ}n \rightarrow \tilde{k}^{\circ}nN\pi, \quad k^-pN\pi$$

**Параметризация амплитуд:**

$$A(k^-p \rightarrow k^-pN\pi) = \frac{1}{2} (B'_1 + B'_0)$$

$$A(k^-p \rightarrow \tilde{k}^{\circ}nN\pi) = \frac{1}{2} (B'_1 - B'_0)$$

$$A(k^-n \rightarrow k^-nN\pi) = B'_1$$

$$A(\tilde{k}^{\circ}p \rightarrow \tilde{k}^{\circ}pN\pi) = B'_1$$

$$A(\tilde{k}^{\circ}n \rightarrow \tilde{k}^{\circ}nN\pi) = \frac{1}{2} (B'_1 + B'_0)$$

$$A(\tilde{k}^{\circ}n \rightarrow k^-pN\pi) = \frac{1}{2} (B'_1 - B'_0)$$

/П. II /

Соотношения:

$$\sigma(k^-n \rightarrow k^-nN\pi) = \sigma(\tilde{k}^0p \rightarrow \tilde{k}^0pN\pi)$$

$$A(k^-n \rightarrow k^-nN\pi) - A(k^-p \rightarrow k^-pN\pi) = A(k^-p \rightarrow \tilde{k}^0nN\pi) \text{ и т.д.}$$

Отметим, что структурные функции  $B_1$ ,  $B_0$  и  $B'_1$ ,  $B'_0$  в общем случае не будут одинаковыми /т.е. замены  $k^+ \rightarrow k^-$  и  $k^0 \rightarrow \tilde{k}^0$  нельзя осуществить без изменения  $B_1$  и  $B_0$  /.

### Нуклон-нуклонные реакции

3/ Группа реакций:

$$pp \rightarrow ppN\pi$$

$$pn \rightarrow pnN\pi, \quad npN\pi$$

$$nn \rightarrow nnN\pi$$

Параметризация амплитуд:

$$A(pp \rightarrow ppN\pi) = D_1$$

$$A(pn \rightarrow pnN\pi) = \frac{1}{2}(D_1 + D_0)$$

/П. III /

$$A(np \rightarrow npN\pi) = \frac{1}{2}(D_1 - D_0) \quad \text{процесс с перезарядкой}$$

$$A(nn \rightarrow nnN\pi) = D_1$$

Соотношение между сечениями:

$$\sigma(pp \rightarrow ppN\pi) = \sigma(nn \rightarrow nnN\pi)$$

$$\sigma(pp \rightarrow ppN\pi) + \sigma(np \rightarrow npN\pi) > \frac{\sigma(pp \rightarrow ppN\pi)}{4}$$

$$A(pp \rightarrow ppN\pi) - A(np \rightarrow npN\pi) = A(np \rightarrow npN\pi) \quad \text{и т.д.}$$

#### 4/ Группа реакций:

$$p\bar{n} \rightarrow p\bar{n}N\pi$$

$$n\bar{n} \rightarrow n\bar{n}N\pi, p\bar{p}N\pi$$

$$p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}N\pi, n\bar{n}N\pi$$

$$n\bar{p} \rightarrow n\bar{p}N\pi$$

Параметризация амплитуд:

$$A(p\bar{n} \rightarrow p\bar{n}N\pi) = D'_1$$

$$A(n\bar{n} \rightarrow n\bar{n}N\pi) = \frac{1}{2} (D'_1 + D'_0)$$

$$A(n\bar{n} \rightarrow p\bar{p}N\pi) = \frac{1}{2} (D'_1 - D'_0)$$

/П. IV /

$$A(p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}N\pi) = \frac{1}{2} (D'_1 + D'_0)$$

$$A(p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}N\pi) = \frac{1}{2} (D'_1 - D'_0)$$

$$A(n\bar{p} \rightarrow n\bar{p}N\pi) = D'_1$$

Соотношения:

$$\sigma(p\bar{n} \rightarrow p\bar{n}N\pi) = \sigma(n\bar{p} \rightarrow n\bar{p}N\pi)$$

$$A(p\bar{n} \rightarrow p\bar{n}N\pi) - A(n\bar{n} \rightarrow n\bar{n}N\pi) = A(n\bar{n} \rightarrow p\bar{p}N\pi) \quad \text{и т.д.}$$

Отметим, что функции  $D'_1, D'_0$  можно получить из  $D_1$  и  $D_0$  с помощью перекрестной симметрии.

### Литература

1. Нгуен Ван Хьеу. Лекции по теории унитарной симметрии элементарных частиц. М., Атомиздат, 1967.
2. A. A. Logunov, M. A. Mestvirishvili, Nguen Van Hieu. *Phys. Lett.*, 28B, 611 (1967).
3. H. Lipkin, M. Peshkin. *PRL* 28, 862 (1972);  
С.Н. Ллевеллин-Смит, А.Пейс. *RPL* 28, 865 (1972);  
В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий. *ЯФ*, 21, 205 /1975/.  
Е. Куриакорпулос. *Nuovo Cim.*, 20A, 537 (1974).
4. В.Г. Гришин, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян, Г. Янчо. *ОИЯИ*, E2-6596 /1972/; P2-6950, D2-7180 /1973/, Дубна; *ЯФ* 17, 1281 /1973/.
5. Б.Фелд. Модели элементарных частиц. М., Мир, 1971.
6. E. Flaminia et al. *CERN/HERA* 70-5 (1970);  
*CERN/HERA* 70-7 (1970).
7. M. Moshinsky. *Phys. Rev.*, D10, 1587 (1974);  
В.Г. Гришин, *ЯФ*, 17, 134 /1973/.
8. И.Н. Сисакян, Е.Л. Фейнберг, Д.С. Чернавский. *Труды ФИАН СССР*, 57, 164 /1972/; В.С. Барашенков, Х.М. Бештоев. Сообщение *ОИЯИ*, P2-6337, Дубна, 1972.  
V. Barashenkov, G. Zinoujev. *Fortsch. der Phys.*, 16, 719 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 апреля 1975 года.