ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 5, № 3
декабрь
1970

ПРИБЛИЖЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ПУТЕЙ ЧАСТИЦ ПРИ ОПИСАНИИ РАССЕЯНИЯ АДРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Б. М. Барбашов, С. П. Кулешов, В. А. Матвеев, В. Н. Первушин, А. Н. Сисакян, А. Н. Тавхелидзе

В работе изучается проблема асимптотического поведения амплитуд упругих и неупругих процессов в столкновениях частиц высоких энергий на основе методов функционального интегрирования в квантовой теории поля. Сформулировано приближение прямолинейных путей частиц, позволяющее эффективно вычислять встречающиеся в работе функциональные интегралы.

В модели скалярных нуклонов, взаимодействующих с векторным полем, найдены замкнутые релятивистски-инвариантные выражения для амплитуд упругого рассеяния двух частиц, а также для амплитуд неупругих процессов.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время значительно возрос интерес к изучению высокоэнергетического рассеяния частиц на основе стандартных методов квантовой теории поля.

В ряде недавних работ [1—11] рассматривалась проблема обоснования эйконального приближения для амплитуды упругого рассеяния двух частиц при высоких энергиях в рамках различных теоретико-полевых моделей. В этих работах по существу исследовалось асимптотическое поведение суммы диаграмм Фейнмана лестничного типа (с учетом всех возможных перекрестий «мезонных» линий между двумя «нуклонами») в пределе высоких энергий при фиксированных переданных импульсах. Один из важнейших результатов этих работ состоит в том, что в сумме диаграмм лестничного типа в любом данном порядке теории возмущений главные логарифмические члены в асимптотическом пределе $s\to\infty$ при фиксированных t сокращаются. Этот результат указывает, по-видимому, на исчезновение эффектов запаздывания и на уменьшение вклада в рассеяние при высоких энергиях области импульсов виртуальных частиц вне массовой поверхности. При этом сумма диаграмм лестничного типа стремится асимптотически к сумме ряда квазипотенциальных графов для амплитуды рассеяния двух частиц [12—15], совпадающей с эйкональным разложением амплитуды рассеяния при высоких энергиях на малые углы [16—18].

В работах [1, 2, 5] при исследовании этой проблемы были использованы методы функционального интегрирования в квантовой теории поля

[19]. Как было показано в этих работах, методы функционального интегрирования позволяют весьма эффективно исследовать асимптотическое поведение амплитуды упругого рассеяния. В последующих работах [20, 21] методы функционального интегрирования были использованы при изучении важной задачи о роли радиационных поправок к диаграммам лестничного типа для амплитуды рассеяния двух частиц (см. также работы [22, 23]) и при рассмотрении неупругих процессов рассеяния. Отметим, что в этих работах использовался метод приближенного вычисления возникающих в этом подходе функциональных интегралов [24]. Ввиду того что данное приближение на языке диаграмм Фейнмана эквивалентно модификации пропагаторов нуклонов, несущих большой импульс p, при которой отбрасываются члены типа $k_i k_j$ (где k_i, k_j есть импульсы различных реальных и виртуальных мезонов, испущенных нуклоном), например

$$\frac{1}{m^2-\left(p-\sum\limits_{i=1}^{n} k_i\right)^2} \to \frac{1}{2p\sum\limits_{i=1}^{n} k_i-\sum\limits_{i=1}^{n} k_i^2},$$

это приближение[1] часто называют приближением $k_i k_j = 0$. Справедливость данного приближения при рассмотрении проблемы инфракрасных асимптотик в квантовой теории поля была доказана в работах [25—27].

Применимость данного метода при рассеянии частиц высоких энергий не является, вообще говоря, очевидной, хотя она и подтверждается вычислениями в рамках низших порядков теории возмущений [28—30].

Заметим, что указанное приближение имеет достаточно простой физический смысл. Исходя из фейнмановской интерпретации амплитуды рассеяния как суммы по путям, можно сказать, что используемое приближение эквивалентно учету путей, наиболее близко приближающихся к классическим траекториям частиц.

При этом в случае рассеяния на малые углы при высоких энергиях классические траектории частиц приближенно представляются отрезками прямых, имеющих направление импульсов частиц до и после рассеяния, соответственно. По этой причине использованное в работах [1, 2, 5, 20, 21] приближение может быть названо **приближением прямолинейных путей частиц**.

В настоящей работе подробно изучается модель скалярных нуклонов, взаимодействующих с векторным полем[2]. Найдены замкнутые аналитические выражения для амплитуд упругого рассеяния двух нуклонов, а также амплитуд неупругих процессов рождения мезонов в столкновениях двух нуклонов.

Асимптотическое поведение найденных амплитуд в пределе высоких энергий изучается в рамках сформулированного выше приближения прямолинейных путей частиц.

---

[1] В работах [3—6] использовалось более грубое приближение, при котором отбрасываются все члены, квадратичные по импульсам испущенных мезонов.

[2] Модель скалярных нуклонов, взаимодействующих с полем скалярных мезонов, была подробно изучена в работах [1, 2, 20, 21].

Показывается, что главные логарифмические члены в асимптотике амплитуд рассеяния в пределе $s \to \infty$ и фиксированном t в пренебрежении диаграммами, содержащими замкнутые нуклонные петли, сокращаются. При этом амплитуда упругого рассеяния может быть представлена в эйкональной форме. Показывается также, что вклады радиационных поправок в данном приближении факторизуются в виде универсального множителя $H(t)$, зависящего лишь от квадрата переданного импульса t. В области переданных импульсов, ограниченных условием $|t| \ll m^2$, величина $H(t)$ имеет экспоненциальную зависимость от t, что приводит к появлению дифракционного пика в рассеянии частиц на малые углы в соответствии с гипотезой гладкости локального квазипотенциала [31—33].

Подобное поведение амплитуды упругого рассеяния было предсказано недавно в работе [34] и соответствует, в некотором смысле, когерентному взаимодействию виртуальных мезонов, образующих «шубу» нуклона.

Далее в работе найдены дифференциальные сечения неупругих процессов. При условии «мягкости» вторичных мезонов получено распределение Пуассона для числа испущенных частиц.

Следует отметить, что полное дифференциальное сечение, просуммированное по числу всех испущенных мезонов, может не иметь, вообще говоря, резко выраженного дифракционного поведения в области переданных импульсов $\mu^2 \lesssim |t| \ll m^2$.

Подобное явление объясняется сокращением при некоторых условиях экспоненциальных факторов, обусловленных вкладами радиационных поправок к амплитуде упругого рассеяния, и вкладов от неупругих процессов рождения вторичных мезонов.

В этой связи следует указать на аналогию с автомодельным поведением глубоко неупругих процессов взаимодействия адронов при высоких энергиях [35, 36].

2. АМПЛИТУДА УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ДВУХ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ВЕКТОРНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрим модель скалярных нуклонов, взаимодействующих с векторным полем $A_\alpha(x)$, имеющим отличную от нуля массу μ. Лагранжиан взаимодействия выберем в следующем виде:

$$L_{\text{int}} = g\colon \psi^*(x)\, i\overleftrightarrow{\partial_\alpha}\psi(x) A_\alpha(x)\colon + g^2\colon A_\alpha^2(x)\psi^*(x)\psi(x)\colon, \qquad (2.1)$$

где g есть безразмерная константа связи.

Одночастичная функция Грина квантованного поля $\psi(x)$ в заданном внешнем поле $A_\alpha(x)$ удовлетворяет уравнению

$$\{[i\partial_\alpha + gA_\alpha(x)]^2 - m^2\} G(x, y|A) = -\delta^4(x-y). \qquad (2.2)$$

Формальное решение уравнения (2.2) может быть представлено с помощью интеграла по собственному времени [37]

$$G(x, y|A) = i\int_0^\infty d\tau e^{-i\tau m^2} \exp\left\{ i\int_0^\tau d\xi [i\partial_\alpha(\xi) + gA_\alpha(x, \xi)]^2 \right\} \delta^4(x-y). \qquad (2.3)$$

Используя метод «распутывания» оператора дифференцирования в показателе экспоненты [38] в формуле (2.3), решение уравнения (2.2) можно записать в виде функционального интеграла [24]

$$G(x,y|A)=i\int_0^\infty d\tau e^{-i\tau m^2}\int[\delta^4\nu]_0^\tau\exp\left\{2ig\int_0^\tau d\xi\nu_\alpha(\xi)\times\right.$$

$$\left.\times A_\alpha\left[x\mp2\int_0^\xi\nu(\eta)d\eta\right]\right\}\delta^4\left[x-y-2\int_0^\tau\nu(\eta)d\eta\right], \qquad (2.4)$$

где

$$[\delta^4\nu]_{\tau_1}^{\tau_2}=\frac{\delta^4\nu\, e^{-i\int_{\tau_1}^{\tau_2}\nu^2(\eta)d\eta}}{\int\delta^4\nu\, e^{-i\int_{\tau_1}^{\tau_2}\nu^2(\eta)d\eta}} \qquad (2.5)$$

есть элемент объема функционального пространства четырехмерных функций $\nu_\alpha(\eta)$, заданных на интервале $\tau_1\leqslant\eta\leqslant\tau_2$.

Выражение для фурье-образа функции Грина (2.4) принимает следующий вид:

$$G(p,q|A)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x\,d^4y\,e^{ipx-iqy}G(x,y|A)=$$

$$=i\int_0^\infty d\tau e^{i\tau(p^2-m^2)}\int\frac{d^4y}{(2\pi)^4}e^{i(p-q)y}\int[\delta^4\nu]_0^\tau\times$$

$$\times\exp\left\{2ig\int_0^\tau d\xi[\nu_\alpha(\xi)+p_\alpha]A_\alpha\left[y+2p\xi+2\int_0^\xi\nu(\eta)d\eta\right]\right\}. \qquad (2.6)$$

Амплитуду упругого рассеяния двух нуклонов определим, используя метод вариационных производных [3]:

$$i(2\pi)^4\delta(p_1+p_2-q_1-q_2)f(p_1,p_2;q_1,q_2)=$$

$$=\lim_{(p_1^2,p_2^2,q_1^2,q_2^2)\to m^2}(p_1^2-m^2)(p_2^2-m^2)(q_1^2-m^2)(q_2^2-m^2)\times$$

$$\times\left\{\exp\left[-\frac{i}{2}\int d^4k\,D_{\alpha\beta}(k)\frac{\delta^2}{\delta A_\alpha(k)\delta A_\beta(-k)}\right]\times\right.$$

$$\left.\times G(p_1,q_1|A)G(p_2,q_2|A)S_0(A)\right\}_{A=0}, \qquad (2.7)$$

где $S_0(A)$ — вакуумное ожидание S-матрицы во внешнем поле A. Ниже для простоты мы будем пренебрегать эффектами поляризации вакуума, а также вкладами диаграмм, содержащих замкнутые нуклонные петли. Пропагатор свободного векторного поля определяется выражением

$$D_{\alpha\beta}(k)=\frac{\delta_{\alpha\beta}-\dfrac{k_\alpha k_\beta}{\mu^2}}{k^2-\mu^2}. \qquad (2.8)$$

[3] Учет тождественности частиц производится симметризацией выражения (2.7) по импульсам начальных или конечных частиц.

Подставляя (2.6) в (2.7), после ряда замен функциональных переменных [1, 2, 3, 26] получим следующее замкнутое выражение для двухчастичной амплитуды рассеяния:

$$if(p_1, p_2; q_1, q_2) = g^2 \int d^4 y e^{iy(p_1-q_1)} D_{\alpha\beta}(y) \int [\delta^4 \nu_1]_{-\infty}^{\infty} \times$$

$$\times [\delta^4 \nu_2]_{-\infty}^{\infty} [2\nu_1(0) + p_1 + q_1]_\alpha [2\nu_2(0) + p_2 + q_2]_\beta \int_0^1 d\lambda \exp\left\{ \frac{ig^2}{2} \times \right.$$

$$\times \int d^4 k D_{\gamma\zeta}(k) \left[\sum_{i=1}^{2} j_\gamma^{(i)} (k; p_i, q_i | \nu_i) j_\zeta^{(i)}(-k; p_i, q_i | \nu_i) + \right.$$

$$\left. \left. + 2\lambda e^{iky} j_\gamma^{(1)}(k; p_1, q_1 | \nu_1) j_\zeta^{(2)}(-k; p_2, q_2 | \nu_2) \right] - i \int_{-\infty}^{\infty} \delta m^2 d\xi \right\}, \qquad (2.9)$$

где

$$j_\gamma^{(i)} (k; p_i, q_i | \nu_i) = 2i \int d\xi [\nu_{i\gamma}(\xi) + p_{i\gamma}\vartheta(\xi) + q_{i\gamma}\vartheta(-\xi)] \times$$

$$\times \exp\left\{ 2ik \left[p_{i\gamma}\xi\vartheta(\xi) + q_{i\gamma}\xi\vartheta(-\xi) + \int_0^\xi \nu_{i\gamma}(\eta) d\eta \right] \right\} \qquad (2.10)$$

— ток перехода, удовлетворяющий уравнению непрерывности

$$k_\gamma j_\gamma(k; p, q | \nu) = 0. \qquad (2.11)$$

В формуле (2.9) произведена перенормировка массы $m_0^2 = m^2 + \delta m^2$, устраняющая расходимости, возникающие при интегрировании по переменным ξ_1 и ξ_2 [20].

Отметим, что члены

$$j_\gamma^{(i)}(k; p_i, q_i | \nu_i) j_\zeta^{(i)}(-k; p_i, q_i | \nu_i), \qquad i = 1, 2, \qquad (2.12)$$

в (2.9) описывают радиационные поправки к каждой из нуклонных линий, а член

$$2 j_\gamma^{(1)} (k; p_1, q_1 | \nu_1) j_\zeta^{(2)} (-k; p_2, q_2 | \nu_2) \qquad (2.13)$$

описывает взаимодействие между двумя нуклонами. Очевидно, что функциональные интегралы в выражении (2.9) не могут быть вычислены точно. Поэтому ниже мы изложим метод приближенного вычисления интегралов по переменным ν_1 и ν_2 [24], который в соответствии с замечанием, сделанным во введении, мы будем называть приближением прямолинейных путей частиц.

Остановимся вкратце на физическом смысле функциональных переменных ν_1 и ν_2. Введенные формально в формуле (2.4) при получении решения для функции Грина, эти переменные описывают отклонение траектории частицы от прямолинейного пути. Действительно, если в формуле для тока перехода (2.10) положить $\nu = 0$, получим

$$j_\gamma(k; p, q | 0) = -\left(\frac{2p_\gamma}{2kp + i\varepsilon} - \frac{2q_\gamma}{2kp - i\varepsilon} \right). \qquad (2.14)$$

Это соответствует классическому току нуклона, движущемуся при $\xi > 0$ с импульсом p, а при $\xi < 0$ с импульсом q.

Заметим, однако, что приближение $\nu = 0$ оказывается заведомо неприменимым при собственных временах частицы ξ, близких к нулю, когда классическая траектория частицы меняет направление. На языке диаграмм Фейнмана это равносильно пренебрежению в нуклонных пропагаторах квадратичной зависимостью от импульса k, т. е.

$$\frac{1}{m^2 - (p+k)^2} \to -\frac{1}{2pk},$$

что может привести к появлению расходимостей интегралов по d^4k на верхнем пределе.

Значительно лучшее приближение к току нуклона дается средним значением тока (2.10) по функциональной переменной ν, т. е.

$$\begin{aligned}
\overline{j_\nu(k; p, q)} &= \int [\delta^4\nu]_{-\infty}^{\infty} j_\nu(k; p, q \mid \nu) = \\
&= i \int d\xi [k_\nu \varepsilon(\xi) + 2p_\nu \vartheta(\xi) + 2q_\nu \vartheta(-\xi)] \times \\
&\times \exp\{2ik_\nu[p_\nu \xi \vartheta(\xi) + q_\nu \xi \vartheta(-\xi)) + ik^2 |\xi|]\} = \\
&= -\left(\frac{2p_\nu + k_\nu}{2kp + k^2 + i\varepsilon} - \frac{2q_\nu - k_\nu}{2kq - k^2 - i\varepsilon}\right).
\end{aligned} \tag{2.15}$$

По этой причине при нахождении амплитуды упругого рассеяния двух частиц мы будем использовать приближение прямолинейных путей частиц, которое заключается в подстановке в показатель экспоненты в формуле (2.9) произведений токов, усредненных по функциональным переменным ν_1 и ν_2 $(i = 1, 2)$:

$$\begin{aligned}
&\overline{j_\nu^{(1)}(k; p_1, q_1) j_\zeta^{(2)}(-k; p_2, q_2)} = \\
&= \int [\delta^4\nu_1]_{-\infty}^{\infty} [\delta^4\nu_2]_{-\infty}^{\infty} j_\nu^{(1)}(k; p_1, q_1 \mid \nu_1) j_\zeta^{(2)}(-k; p_2, q_2 \mid \nu_2) = \\
&= \left(\frac{2p_{1\nu} + k_\nu}{2kp_1 + k^2 + i\varepsilon} - \frac{2q_{1\nu} - k_\nu}{2kq_1 - k^2 - i\varepsilon}\right)\left(\frac{2p_{2\zeta} - k_\zeta}{-2kp_2 + k^2 + i\varepsilon} + \frac{2q_{2\zeta} + k_\zeta}{2kq_2 + k^2 + i\varepsilon}\right),
\end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned}
&\overline{j_\nu^{(i)}(k; p_i, q_i) j_\zeta^{(i)}(-k; p_i, q_i)} = \\
&= \left(\frac{2p_{i\nu} + k_\nu}{2kp_i + k^2 + i\varepsilon} - \frac{2q_{i\nu} + k_\nu}{2kq_i + k^2 - i\varepsilon}\right)\left(\frac{2p_{i\zeta} + k_\zeta}{2kp_i + k^2 + i\varepsilon} - \frac{2q_{i\zeta} + k_\zeta}{2kq_i + k^2 - i\varepsilon}\right).
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Следовательно, выражение для амплитуды упругого рассеяния в приближении прямолинейных путей частиц принимает вид

$$\begin{aligned}
if(p_1, p_2; q_1, q_2) &= g^2 H(t) \int d^4y \, e^{iy(p_1 - q_1)} \times \\
&\times \Delta(y; p_1, q_1; p_2, q_2) \int_0^1 d\lambda \, e^{i\lambda \chi(y; p_1, p_2; q_1, q_2)},
\end{aligned} \tag{2.18}$$

где

$$\Delta(y; p_1, q_1; p_2, q_2) = \int d^4k \, D_{\alpha\beta}(k) [k + p_1 + q_1]_\alpha [-k + p_2 + q_2]_\beta e^{iky}, \tag{2.19}$$

$$\chi(y; p_1, p_2; q_1, q_2) = -\frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \, e^{iky} D_{\alpha\beta}(k) \overline{j_\alpha^{(1)}(k; p_1, q_1)} \, \overline{j_\beta^{(2)}(-k; p_2, q_2)}, \tag{2.20}$$

$$H(t) = \exp\left\{\frac{ig^3}{2(2\pi)^4}\int d^4k\, D_{\alpha\beta}(k) \sum_{i=1}^{2} \overline{f_\alpha^{(i)}(k;\, p_i,\, q_i)\, f_\beta^{(i)}(-k;\, p_i,\, q_i)}\right\}. \quad (2.21)$$

Интересно отметить, что вклад радиационных поправок к диаграммам лестничного типа, как и в случае нуклонов, взаимодействующих со скалярным полем [20], в рассматриваемом приближении факторизуется в виде множителя $H(t)$, зависящего лишь от квадрата переданного импульса $t = (p_i - q_i)^2$. Аналогичное явление факторизации вкладов радиационных поправок в случае квантовой электродинамики было найдено в работах [39—41].

В пределе высоких энергий $s \to \infty$ при фиксированных переданных импульсах t, ограниченных условием $|t| \ll m^2$, величины χ и H принимают вид

$$\chi(|\mathrm{y}_\perp|) = \frac{g^2}{2\pi} K_0(\mu|\mathrm{y}_\perp|), \quad (2.22)$$

$$H(t) = e^{at}, \quad (2.23)$$

где K_0 — функция Кельвина нулевого порядка,

$$a = \frac{g^2}{3(2\pi)^2 m^2}\left(\ln\frac{m^2}{\mu^2} + \frac{1}{2}\right). \quad (2.24)$$

Таким образом, в данном асимптотическом пределе выражение для амплитуды упругого рассеяния двух скалярных нуклонов, взаимодействующих с векторным полем, имеет вид[*)]

$$f(s, t) = i(s - u)\, v(t)\, e^{at}, \quad (2.25)$$

где

$$v(t) = \frac{1}{2}\int d^2\mathrm{y}_\perp\, e^{i\mathrm{y}_\perp\Delta_\perp}(e^{-i\chi} - 1), \quad (2.26)$$

$$t \approx -\Delta_\perp^2. \quad (2.27)$$

Как видно из формулы (2.25), учет радиационных эффектов приводит к дифракционному поведению амплитуды рассеяния частиц высоких энергий на малые углы, что соответствует гауссовской форме локального квазипотенциала упругого рассеяния [14, 15] с радиусом действия порядка $g\hbar/mc$. Силы, обусловленные обменом мезонов между нуклонами, имеют, очевидно, радиус $\hbar/\mu c$, причем предполагается, что $\dfrac{\hbar}{\mu c} \gg g\dfrac{\hbar}{mc}$.

Таким образом, в области переданных импульсов $\mu^2 \lesssim |t| \ll m^2$ становится важным учет многократного мезонного обмена, что приводит к эйкональной структуре величины $v(t)$.

3. АМПЛИТУДЫ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

Амплитуды неупругих процессов, описывающие рождение некоторого числа квантов векторного поля при столкновении двух скалярных нуклонов высоких энергий, могут быть найдены с помощью производящей функции $f(p_1, p_2;\, q_1, q_2|A^{ext})$.

---

*) Учет тождественности нуклонов приводит при симметризации выражения (2.25) к членам, исчезающим в пределе $s \to \infty$ и t фиксированном.

Величина $f(p_1, p_2; q_1, q_2|A^{ext})$ имеет смысл амплитуды рассеяния двух нуклонов в присутствии внешнего поля A_α^{ext} и определяется выражением (2.7), в котором после взятия вариационных производных следует положить $A_\alpha(x) = A_\alpha^{ext}(x)$.

В рамках приближения прямолинейных путей частиц величина $f(p_1, p_2; q_1, q_2|A^{ext})$ принимает вид

$$
\begin{aligned}
if(p_1, p_2, q_1, q_2|A^{ext}) &= g^2 \int d^4y e^{iy(p_1-q_1)} dx e^{ix(p_2-q_2)} \times \\
&\times \Delta(x-y; p_1, q_1; p_2, q_2) \exp\left\{ ig \int d^4 l A_\alpha^{ext}(l) \times \right. \\
&\times [j_\alpha^{(1)}(l; p_1, q_1) e^{ilx} + j_\alpha^{(2)}(l; p_2, q_2)^{ily}] \times \\
&\times \int_0^1 d\lambda \exp\left\{ \frac{ig^2}{2} \int d^4k D_{\nu\xi}(k) \left[e^{ik(x-y)} 2\lambda j_\nu^{(1)}(k; p_1, q_1) \times \right.\right. \\
&\times \left.\left.\left. j_\xi^{(2)}(-k; p_2, q_2) + \sum_{i=1}^{2} j_\nu^{(i)}(k; p_i, q_i) j_\xi^{(i)}(-k; p_i, q_i) \right]\right\}\right\}, \qquad (3.1)
\end{aligned}
$$

где функциональные средние тока и его билинейных комбинаций определены формулами (2.15) и (2.16), (2.17), соответственно.

Амплитуда рождения N квантов векторного поля определяется с помощью вариационных производных по полю A^{ext}

$$
\begin{aligned}
i(2\pi)^4 \delta\left(p_1 + p_2 - q_1 - q_2 - \sum_{i=1}^{N} k_i\right) & f(p_1, p_2; q_1, q_2; k_1, k_2, \ldots, k_N) = \\
&= \prod_{i=1}^{N} E_\alpha^*(k_i) \frac{\delta}{\delta A_\alpha^{ext}(k_i)} if(p_1, p_2; q_1, q_2|A^{ext})|_{A^{ext}=0} = \\
&= g^2 \int d^4x e^{ix(p_1-q_1)} d^4y e^{iy(p_2-q_2)} \prod_{i=1}^{N} E_\alpha^*(k_i) \overline{[j_\alpha^{(1)}(k_i; p_1, q_1) \times} \\
&\times \overline{e^{ikx} + j_\alpha^{(2)}(k_i; p_2, q_2) e^{iky}] \Delta(x-y, p_1, q_1; p_2, q_2) \times} \\
&\times \exp\left\{\frac{ig^2}{2} \int d^4k D_{\gamma\xi}(k) \left[e^{ik(x-y)} \overline{2\lambda j_\gamma^{(1)}(k; p_1, q_1)} \times \right.\right. \\
&\times \left.\left. \overline{j_\xi^{(2)}(-k; p_2, q_2)} + \sum_{i=1}^{2} \overline{j_\gamma^{(i)}(k; p_i, q_i) j_\xi^{(i)}(-k; p_i q_i)} \right]\right\}, \qquad (3.2)
\end{aligned}
$$

где $E_\alpha(k)$ — поляризационный вектор мезона с импульсом k.

В дальнейшем мы будем интересоваться случаем, когда рожденные мезоны удовлетволяют условию «мягкости» [21]

$$
\frac{1}{\sqrt{s}} \sum_{i=1}^{N} k_{0i} \ll 1; \qquad \left| \sum_{i=1}^{N} \mathbf{k}_{i\perp} \right| \ll |\mathbf{p}_{1\perp} - \mathbf{q}_{1\perp}| \approx |\mathbf{p}_{2\perp} - \mathbf{q}_{2\perp}|, \qquad (3.3)
$$

где компоненты импульсов частиц заданы в системе центра масс $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$, причем импульсы начальных нуклонов выбраны вдоль оси z.

При этих условиях амплитуда рождения N мезонов факторизуется и может быть записана в следующем виде:

$$f_{\text{inel}}(N) \equiv f(p_1, p_2; q_1, q_2; k_1, k_2, \ldots, k_N) = f(p_1, p_2, q_1, q_2) \times$$
$$\times \prod_{i=1}^{N} gE_a^*(k_i) \left[\overline{j_a^{(1)}(k_i; p_1, q_1)} + \overline{j_a^{(2)}(k_i; p_2, q_2)} \right]. \tag{3.4}$$

где

$$\overline{j_a^{(l)}(k; p_l, q_l)} = \left(\frac{2p_{la} - k_a}{2p_l k - \mu^2} - \frac{2q_{la} - k_a}{2q_l k - \mu^2} \right); \quad (l = 1, 2). \tag{3.5}$$

4. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ

Дифференциальное сечение рождения N мезонов в столкновении двух нуклонов определяется выражением

$$d\sigma_N = \frac{1}{2\sqrt{s(s-4m^2)}} |f_{\text{inel}}(N)|^2 (2\pi)^4 \delta\left(p_1 + p_2 - q_1 - q_2 - \sum_{i=1}^{N} k_i \right) \times$$
$$\times \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{dq_1 dq_2}{2q_{10} 2q_{20}} \frac{1}{N!} \prod_{i=1}^{N} \frac{d\mathbf{k}_i}{2k_{0i}} \frac{1}{(2\pi)^3}, \tag{4.1}$$

где $s = (p_1 + p_2)^2$.

Ниже нас будет интересовать асимптотическое поведение дифференциальных сечений процессов рождения «мягких» мезонов, импульсы которых ограничены условиями (3.3). Как будет показано далее, в этом случае в выражении для амплитуды неупругого рассеяния (3.4) можно пренебречь интерференционными членами, т. е.

$$f_{\text{inel}}(N) = f_{\text{el}}(s, t) \prod_{i=1}^{n_1} gE_a^*(k_i) \overline{j_a^{(1)}(k_i; p_1, q_1)} \prod_{l=1}^{n_2} gE_\beta^*(k_l') \overline{j_\beta^{(2)}(k_l'; p_2, q_2)}, \tag{4.2}$$

где

$$t = \Delta^2 = \left(q_1 - p_1 + \sum_{i=1} k_i \right)^2 = \left(q_2 - p_2 - \sum_{l=1}^{n_2} k_l' \right).$$

Используя (4.2), после преобразования

$$\delta\left(p_1 + p_2 - q_1 - q_2 - \sum_{i=1}^{n_1} k_i - \sum_{l=1}^{n_2} k_l' \right) =$$
$$= \int d^4\Delta\, \delta\left(p_1 - q_1 - \sum_{i=1}^{n_1} k_i + \Delta \right) \delta\left(p_2 - q_2 - \sum_{l=1}^{n_2} k_l' - \Delta \right) \tag{4.3}$$

можно представить дифференциальное сечение рождения мезонов в следующем виде:

$$(d\sigma)_{n_1, n_2} \xrightarrow[\Delta - \text{фикс}]{s \to \infty} \frac{1}{2s} \frac{d^4\Delta}{(2\pi)^4} |f_{\text{el}}(s, t)|^2 W_{n_1}(p_1, \Delta) W_{n_2}(p_2, -\Delta), \tag{4.4}$$

где

$$W_{n_1}(p_1, \Delta) = \frac{2\pi}{n_1!}\int\frac{d\mathbf{q}_1}{2q_{10}}\delta\left(p_1 - q_1 - \sum_{i=1} k_i + \Delta\right)\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{n_1}\frac{d\mathbf{k}_i}{2k_{0i}}\frac{-g^2}{(2\pi)^3}|j_\alpha^{(i)}(k_i; p_1, q_1)|^2 \qquad (4.5)$$

и аналогичное выражение для величины $W_{n_2}(p_2, -\Delta)$.

Величины $W_{n_1}(p_1, \Delta)$ и $W_{n_2}(p_2, -\Delta)$ зависят от переменных

$$t = \Delta^2;\ r_1 = p_1\Delta \ \text{и}\ t = \Delta^2,\ r_2 = -p_2\Delta \qquad (4.6)$$

соответственно.

Используя переменные (4.6), преобразуем элемент объема $d^4\Delta$ к следующему виду:

$$d^4\Delta = \frac{4\pi}{\sqrt{s(s-4m^2)}}dt\,dr_1\,dr_2\frac{d\phi}{2\pi}, \qquad (4.7)$$

где ϕ — азимутальный угол, причем физическая область переменных интегрирования определяется неравенствами

$$\begin{aligned}&-t \leqslant 2r_1 \leqslant s;\\ &-t \leqslant 2r_2 \leqslant s,\ s \gg m^2;\\ &-s \leqslant t \leqslant 0. \end{aligned} \qquad (4.8)$$

В дальнейшем нас будет интересовать дифференциальное сечение $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{n_1, n_2}$ в пределе $s \to \infty$ и t фиксированном. Интегрируя выражение (4.4) по dr_1 и dr_2 и используя формулу (2.25), получим при $|t| \ll m^2$

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{n_1, n_2} \xrightarrow[t\,-\,\text{фикс}]{s\to\infty} \frac{1}{4\pi}v^2(t)\,w_{n_1}(s,\ t)\,w_{n_2}(s,\ t), \qquad (4.9)$$

где

$$w_n(s,\ t) = \frac{e^{2at}}{\pi}\int dr W_n(t,\ r) =$$

$$= \frac{1}{n!}e^{at}\int\limits_{\Omega_p}\prod_{i=1}^{n}\frac{d\mathbf{k}_i}{2k_{0i}}\frac{-g^2}{(2\pi)^3}|j_\alpha^{(i)}(k_i;\ p_i,\ q_i)|^2. \qquad (4.10)$$

Область интегрирования Ω_p по импульсам вторичных мезонов определяется условием

$$-t \leqslant 2p\sum_{i=1}^{n} k_i - \left(\Delta - \sum_{i=1}^{n} k_i\right)^2 \leqslant s \qquad (4.11)$$

или же, принимая во внимание, что в рассматриваемом нами случае $\left(\Delta - \sum_{i=1}^{n} k_i\right)^2 \approx \Delta^2$, условием

$$0 \leqslant 2p\sum_{i=1}^{n} k_i \leqslant s + t. \qquad (4.12)$$

Рассмотрим теперь приближение, в котором можно пренебречь суммарным импульсом испущенных мезонов в соответствии с условием «мягкости» (3.3). В этом приближении выражение (4.10) принимает вид распределения Пуассона

$$w_n(s,t) = \frac{1}{n!} e^{2\alpha t} [\bar{n}(s,t)]^n, \tag{4.13}$$

где величина [5]

$$\bar{n}(s,\ t) = -\frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{dk}{2k_0} |\overline{j^{(l)}(k;\ p_l,\ q_l)}|^2 \tag{4.14}$$

играет роль среднего числа частиц, рожденных в столкновении двух нуклонов при высоких энергиях $s \to \infty$ и фиксированных t.

Используя формулу (2.15) для $\bar{j}_\alpha$, найдем при $t \ll m^2$, что

$$\bar{n}(s,\ t) = -bt. \tag{4.15}$$

Величина b зависит, вообще говоря, от выбранного способа обрезания сверху интегралов по импульсам испущенных мезонов. В частности, при условиях

$$\begin{gathered} R_\perp^2 \sim m^2, \\ 1 \gg a^2 \gg \mu^2/m^2, \\ \ln m^2/\mu^2 \gg \ln(1/a)^2, \end{gathered} \tag{4.16}$$

где $a = R_t/p_0$, получим

$$b = \frac{2g^2}{3(2\pi)^2 m^2}\left(\ln\frac{m^2}{\mu^2} + \frac{1}{2}\right), \tag{4.17}$$

что совпадает с удвоенным параметром наклона дифракционной экспоненты (2.24). Отметим также, что равенство $2a = b$ имеет место в инфракрасном асимптотическом пределе $\mu \to 0$. В этом случае при суммировании в выражении (4.10) по числу всех испущенных мезонов зависимость от переменной t сокращается, что приводит к исчезновению дифракционного пика в дифференциальном сечении (4.9). Подобная закономерность была отмечена в работе [34] и имеет аналогию с автомодельным поведением глубоко неупругих процессов взаимодействия адронов при высоких энергиях [35, 36].

Как было уже сказано выше, мы пренебрегли интерференционными членами при получении (4.2), учет которых в выражениях для $\bar{n}$ принял бы к членам типа

$$\frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{dk}{k_0} \overline{j^{(1)}(k;p_1,q_1)\, j^{(2)}(k;\ p_2,\ q_2)}, \tag{4.18}$$

которые при условиях (4.16) в пределе асимптотически больших энергий $s \to \infty$ и фиксированных t исчезающе малы.

В принципе представляет интерес изучить более подробно зависимость величины $\bar{n}(s,\ t)$ от выбора различных способов обрезания интегралов по импульсам вторичных мезонов при различных соотношениях между параметрами обрезания и массами частиц.

[5] Интегрирование в формуле (4.14) эффективно ограничено условиями $|k_t| \leqslant R_t$; $|\mathbf{k}_\perp| \leqslant R_\perp$.

В заключение подчеркнем, что в работе развит метод суммирования диаграмм Фейнмана лестничного типа со всевозможными перекрестиями мезонных линий для амплитуд упругих и неупругих процессов с учетом радиационных поправок в пренебрежении эффектами поляризации вакуума, а также вкладами диаграмм, содержащих замкнутые нуклонные петли. Использованное в работе приближение прямолинейных путей частиц соответствует физической картине, в которой рассеивающиеся высокоэнергетические нуклоны в каждом акте взаимодействия испытывают небольшую отдачу, связанную с испусканием «мягких» мезонов, и сохраняют, образно говоря, свою индивидуальность (ведущие частицы в терминологии физики космических лучей).

Развитый в работе метод может быть использован также для изучения роли эффектов поляризации вакуума, а также диаграмм, содержащих замкнутые нуклонные петли [42, 43].

Авторы выражают благодарность Н. Н. Боголюбову, Д. И. Блохинцеву, А. А. Логунову за стимулирующие работу обсуждения, а также С. М. Биленькому, В. Р. Гарсеванишвили, А. В. Ефремову, Р. М. Мурадяну, В. И. Саврину, Л. А. Слепченко, Л. Д. Соловьеву, Н. Е. Тюрину, О. А. Хрусталеву, В. П. Шелесту, Д. В. Ширкову за интересные дискуссии.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
13 июля 1970 г.

Литература

[1] B. M. Barbashov, S. P. Kuleshov, V. A. Matveev, A. N. Sissakian. Preprint JINR E2—4692, Dubna, 1969.
[2] Б. М. Барбашов, С. П. Кулешов, В. А. Матвеев, А. Н. Сисакян. ТМФ, 3, 342, 1970.
[3] H. D. I. Abarbanel, C. Itzykson. Phys. Rev. Lett., 23, 53, 1969.
[4] И. В. Андреев. ЖЭТФ, 58, 257, 1970.
[5] В. Н. Первушин. ТМФ, 4, 28, 1970.
[6] M. Lévy, J. Sucher. Phys. Rev., 186, 1656, 1969.
[7] H. Cheng, T. T. Wu. Preprint «Impact factor and exponentiation in high energy scattering processes», MIT, 1969.
[8] S.-J. Chang, S.-k. Ma. Phys. Rev., 188, 2378, 1969.
[9] F. Englert, P. Nicoletopoulos, R. Brout, C. Truffin. Nuovo Cim., 64, 561, 1969.
[10] Б. М. Барбашов, В. В. Нестеренко. Препринт ОИЯИ Р2—4900, Дубна, 1970.
[11] G. Tiktopoulos, S. B. Treiman. Preprint «Validity of the relativistic eikonal approximation», Princeton University, 1970.
[12] A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze. Nuovo. Cim., 29, 380, 1963.
[13] В. Г. Кадышевский, А. Н. Тавхелидзе. В сб. Проблемы теоретической физики. «Наука» 1969, стр. 261.
[14] V. R. Garsevanishvili, V. A. Matveev, L. A. Slepchenko, A. N. Tavkhelidze. Talk given at the Coral Gables Conference, Miami, 1969.
[15] V. R. Garsevanishvili, V. A. Matveev, L. A. Slepchenko, A. N. Tavkhelidze. Phys. Lett., 29B, 191, 1969.
[16] G. Moliere. Z. Naturforsh., 2A, 133, 1947.
[17] R. J. Glauber. «Lectures in theoretical physics», N. Y., 1959, vol. 1, p. 315.
[18] S. P. Kuleshov, V. A. Matveev, A. N. Sissakian. Preprint JINR E2—4455, Dubna, 1969.
[19] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. «Введение в теорию квантованных полей», Гостехиздат, 1957.

[20] B. M. Barbashov, S. P. Kuleshov, V. A. Matveev, A. N. Sissakian. Preprint JINR E2—4983, Dubna, 1970.
[21] B. M. Barbashov, S. P. Kuleshov, V. N. Pervushin, A. N. Sissakian. Preprint JINR E2—4955, Dubna, 1970.
[22] S.-J. Chang. Preprint «Radiative corrections to the e-minus e-minus (plus) scattering amplitude at infinite energy», University of Illinois, 1969.
[23] Y.-P. Yao. Preprint «Radiative corrections to eikonal functions in electrodynamics». University of Michigan, 1969.
[24] Б. М. Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607, 1965.
[25] Г. А. Милёхин, Е. С. Фрадкин. ЖЭТФ, 45, 1926, 1963.
[26] Б. М. Барбашов, М. К. Волков. ЖЭТФ, 50, 660, 1966.
[27] E. S. Fradkin. Nucl. Phys., 76, 588, 1966.
[28] R. Torgerson. Phys. Rev., 143, 1194, 1966.
[29] R. C. Arnold. Phys. Rev., 153, 1523, 1967.
[30] H. Cheng, T. T. Wu. Phys. Rev., 182, 1852, 1969.
[31] S. P. Alliluyev, S. S. Gershtein, A. A. Logunov. Phys. Lett., 18, 195, 1965.
[32] D. I. Blokhintsev. Nucl. Phys., 31, 628, 1962.
[33] O. A. Khrustalev, V. I. Savrin, N. Ye. Tyurin. Preprint JINR E2—4479, Dubna, 1969.
[34] V. A. Matveev, A. N. Tavkhelidze. Preprint JINR E2—5141, Dubna, 1970.
[35] В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Р2—4578, Дубна, 1969.
[36] A. N. Tavkhelidze. Talk given at the Coral Gables Conference, Miami, 1970.
[37] V. Fock. Sow. Phys., 12, 404, 1937.
[38] R. Feynman. Phys. Rev., 84, 108, 1951.
[39] D. R. Yennie, S. C. Frautschi, H. Suura, Ann. Phys., 13, 379, 1961.
[40] K. E. Eriksson. Nuovo Cim., 19, 1010, 1961.
[41] L. D. Soloviev. Nucl. Phys., 657, 1965.
[42] S.-J. Chang, P. M. Fishbane. Preprint «Scattering amplitude in quantum electrodynamics at infinite energy and possible implications for hardon physics», University of Illinois, 1970.
[43] И. В. Андреев, И. А. Баталин. Препринт ФИАН № 60, Москва, 1970.

STRAIGHT-LINE PARTICLE PATH APPROXIMATION IN THE DESCRIPTION OF HIGH-ENERGY HADRON SCATTERING IN QUANTUM FIELD THEORY

B. M. Barbashov, S. P. Kuleshov, V. A. Matveev, V. N. Pervushin, A. N. Sissakyan, A. N. Tavkhelidze

Asymptotic behaviour of high-energy elastic and inelastic amplitudes is studied by means of the functional integration method. The straight-line particle path approximation is formulated which makes it possible to calculate effectively functional integrals of use.

The closed relativistically invariant expressions for both the elastic and inelastic scattering amplitudes are obtained in the scalar nucleon-vector meson interaction model.
