



“Волны и вихри в слоистых высокотемпературных сверхпроводниках”

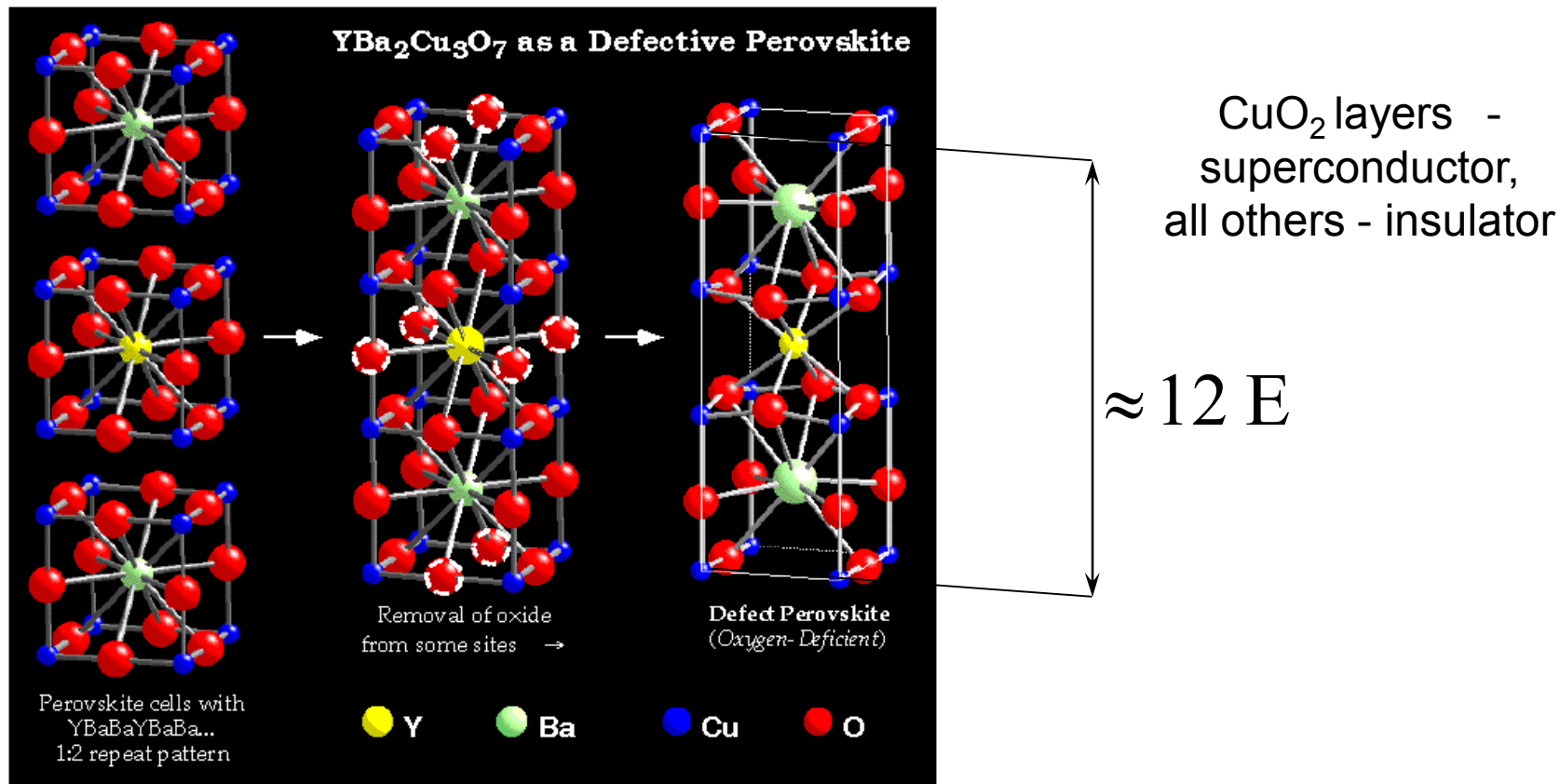
Владислав Курин

*Институт Физики Микроструктур РАН,
Нижний Новгород, Россия*

**IX зимняя школа по теоретической физике
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ**

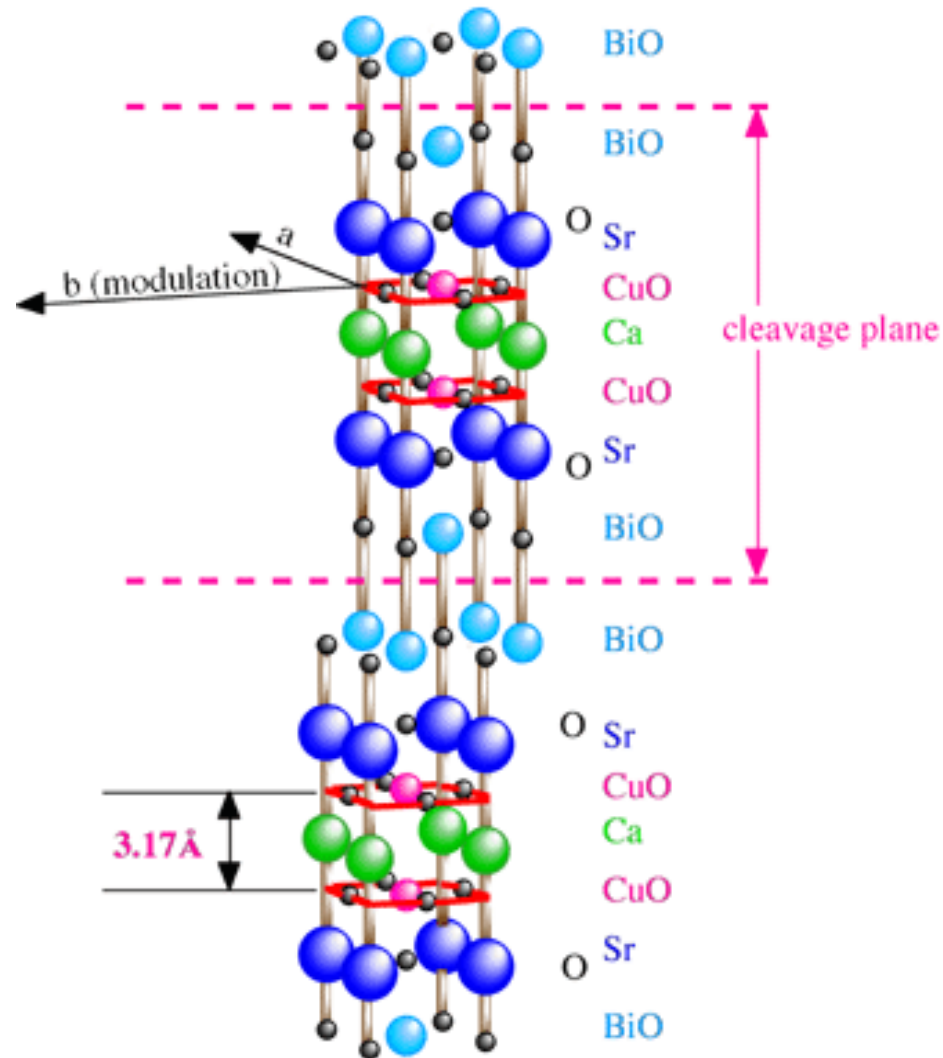
30 января - 6 февраля 2011 г., Дубна, Россия

Химическая структура ВТСП



Natural SIS structure!

Химическая структура BiSCO



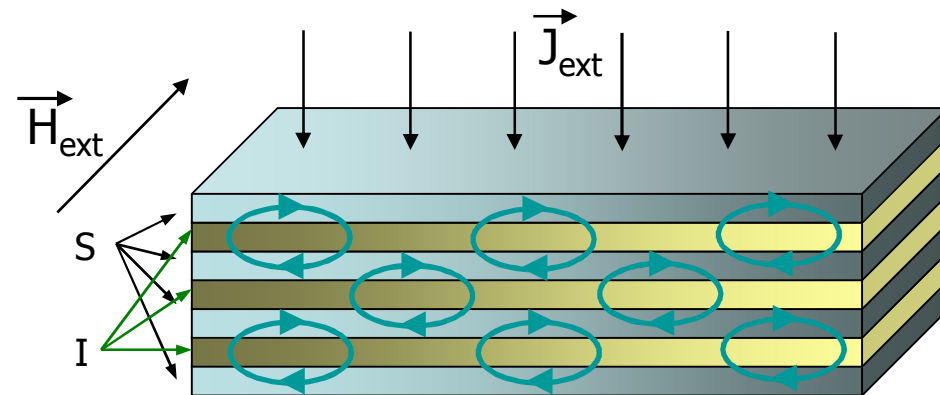
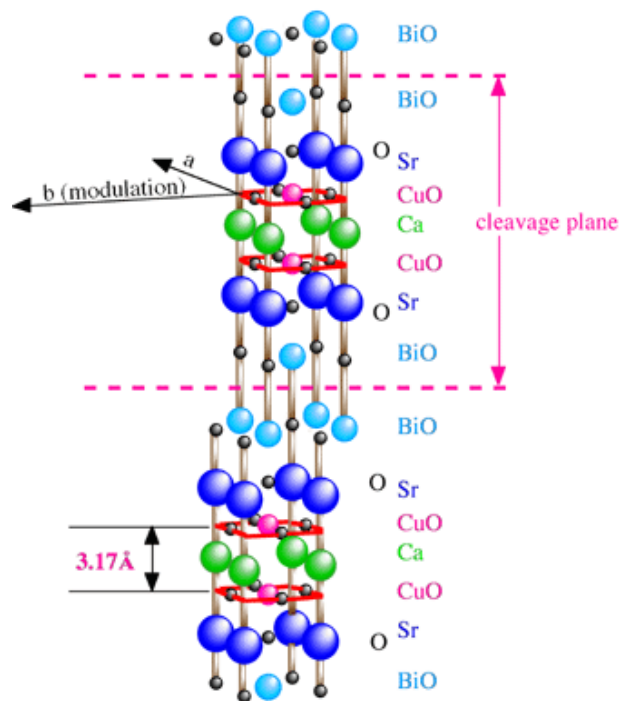
CuO₂ layers -
superconductor,
all others - insulator

Natural SIS structure!

Слоистые сверхпроводники



Примеры: $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, ... — обладают внутренним эффектом Джозефсона!



Схематическое изображение многослойной сверхпроводящей структуры с джозефсоновской связью между слоями. Показана решетка джозефсоновских вихрей.

Строение кристаллической решетки слоистого сверхпроводника (на примере BiSrCaCuO)

Внутренний эффект Джозефсона



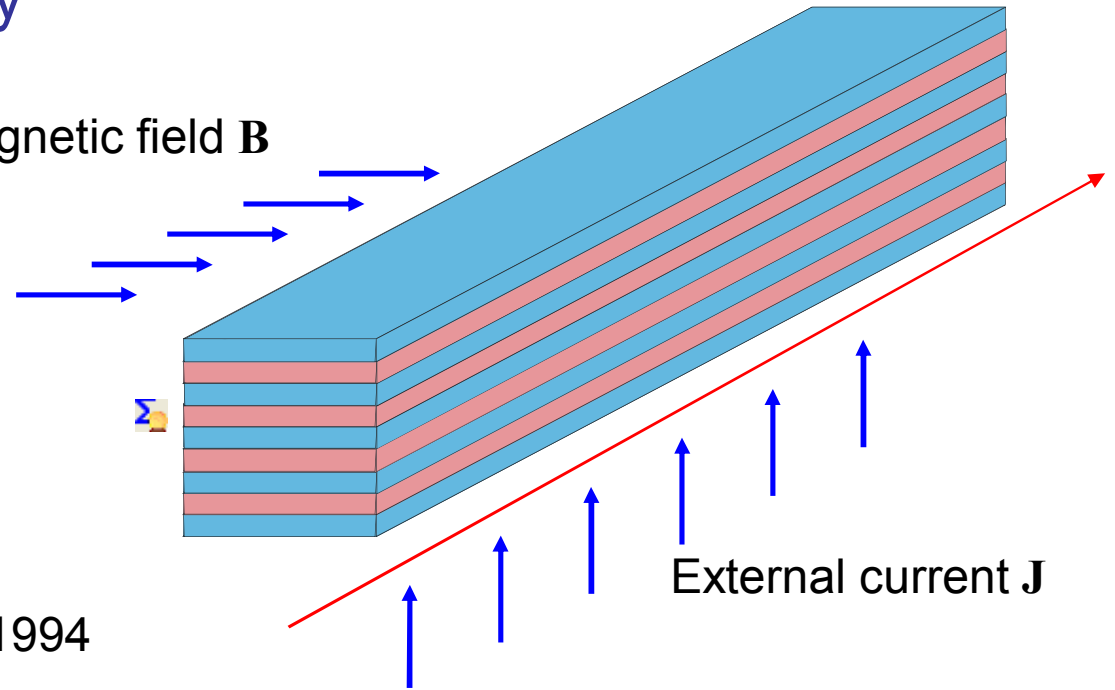
Model of HTSC - SIS array

Связанные уравнения
Sine-Gordon

Sakai et al 1993, Bulaevsky et al 1994

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial t^2} + r^{-1} \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + \sin \varphi_n - j_{ext} = \sum_n L_{mn}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2}$$

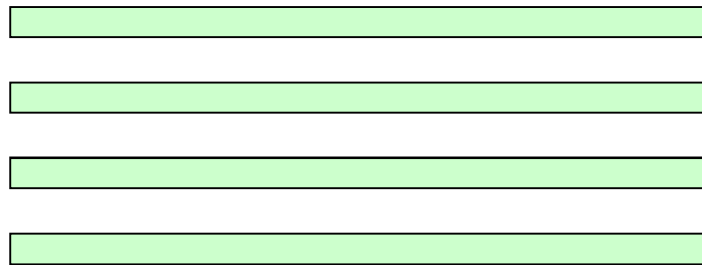
Magnetic field **B**



Спектр низкочастотных Э.М. волн



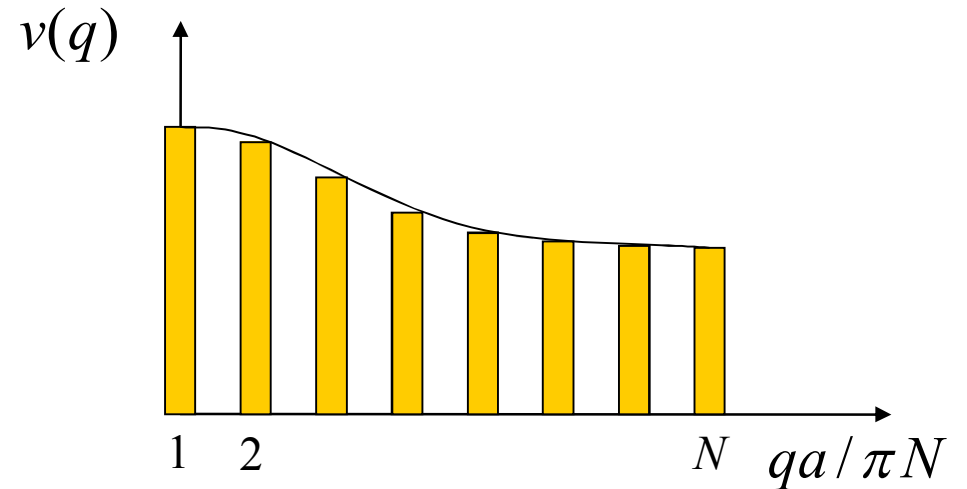
ВТСП с внутренним эффектом Джозефсона



S. Sakai et al, J. Appl. Phys., 1993
L. N. Bulaevskii, Phys. Rev. B 1994

$$\sum_{m=1}^N K_{mn} \left(\partial_t^2 \theta_m + \gamma \partial_t \theta_m + \sin \theta_m - j_e \right) = \partial_x^2 \theta_n$$

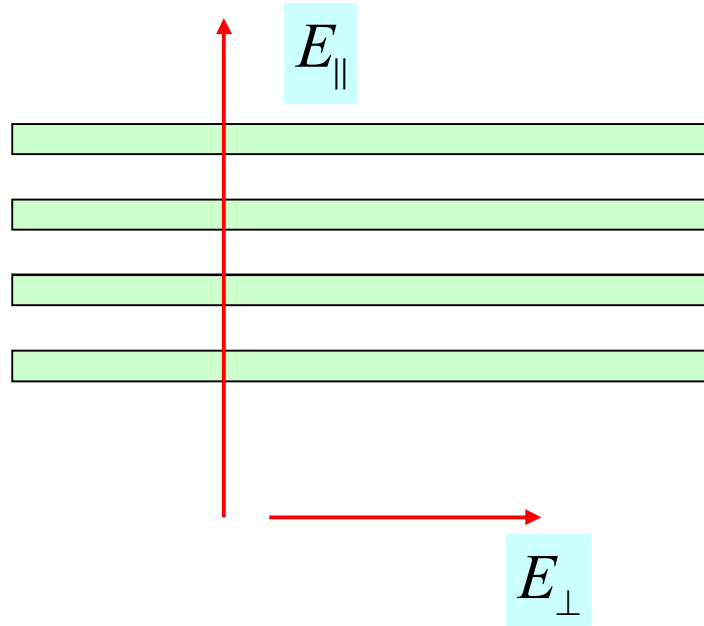
Скорости электромагнитных мод



$$K_{mn} f_n = \lambda_j^{-2} \Delta_n f_n + \lambda^{-2} f_n$$

Черенковское излучение есть, если нарушена Лоренц инвариантность уравнений!

Эффективная проницаемость



$$\frac{d_1 + d_2}{\varepsilon_{\parallel}} = \frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}$$

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2}{d_1 + d_2}$$

$$\frac{c^2 k_z^2}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{c^2 k_{\perp}^2}{\varepsilon_{\parallel}} = \omega^2$$

$$c^2 (k_z^2 + k_{\perp}^2) = \varepsilon_{\perp} \omega^2$$

Как включить в рассмотрение другие волны?



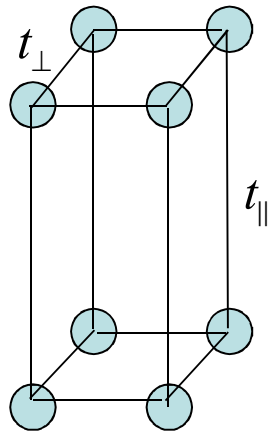
- Уравнения SBP – это уравнения Максвелла для слоистой среды

- Но на атомном или электронном уровне слоистая среда – это просто анизотропная среда

Анизотропный спектр электронов



Приближение сильной связи



$$E = 2t_{\parallel} (1 - \cos k_z c) + 2t_{\perp} (1 - \cos k_x a) + 2t_{\perp} (1 - \cos k_y a)$$

Эффективные массы

$$E = t_{\parallel} c^2 k_z^2 + 2t_{\perp} a^2 (k_x^2 + k_y^2)$$

$$E = m_{\parallel}^{-1} \frac{p_z^2}{2} + m_{\perp}^{-1} \frac{p_x^2 + p_y^2}{2}$$

Электронная жидкость в приближении Томаса-Ферми



$$\dot{n} + n_0 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{\bar{m}} \dot{\mathbf{v}} + \varepsilon_F \frac{\nabla n}{n_0} = -e \mathbf{E}$$

$$\mathbf{\bar{m}} = \begin{pmatrix} m_{xx} & 0 \\ 0 & m_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m\Gamma_s^{-1} & 0 \\ 0 & m\Gamma_s \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \text{ -Fermi energy,} \quad k_F \sim n^{1/3}$$

-Collisionless
-hydrodynamic equation

-mass tensor

P-polarization

$$\mathbf{v} = \{v_x, v_z\}, \quad \mathbf{E} = \{E_x, E_z\}$$

$$\mathcal{E}^s = -\frac{\omega_p^2}{4\pi\omega^2 R} \begin{pmatrix} \Gamma_s \omega^2 - v_F^2 k_z^2 & v_F^2 k_x k_z \\ v_F^2 k_x k_z & \omega^2 \Gamma_s^{-1} - v_F^2 k_x^2 \end{pmatrix}$$

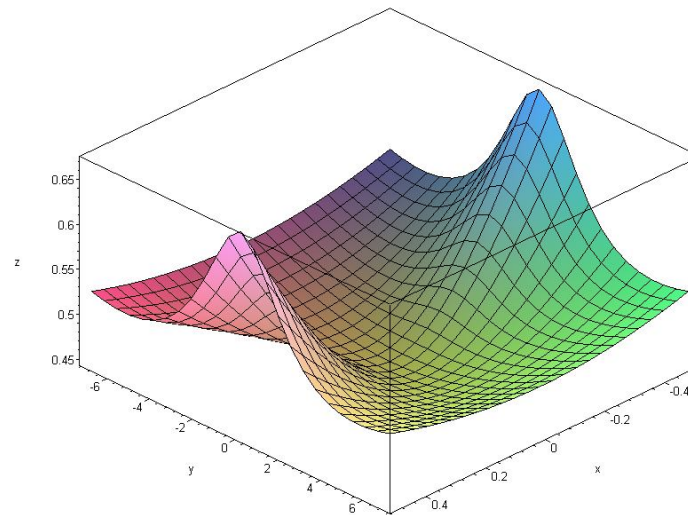
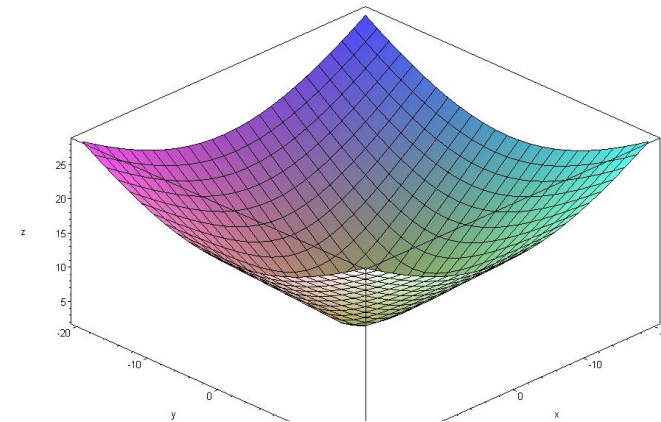
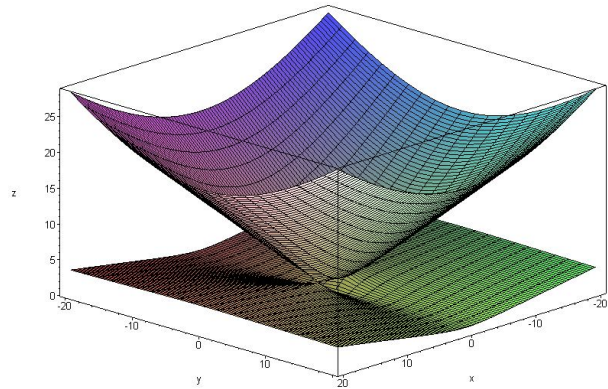
-Condensate permittivity

$$\omega_p / \sqrt{\Gamma_s} \sim \text{THz}$$

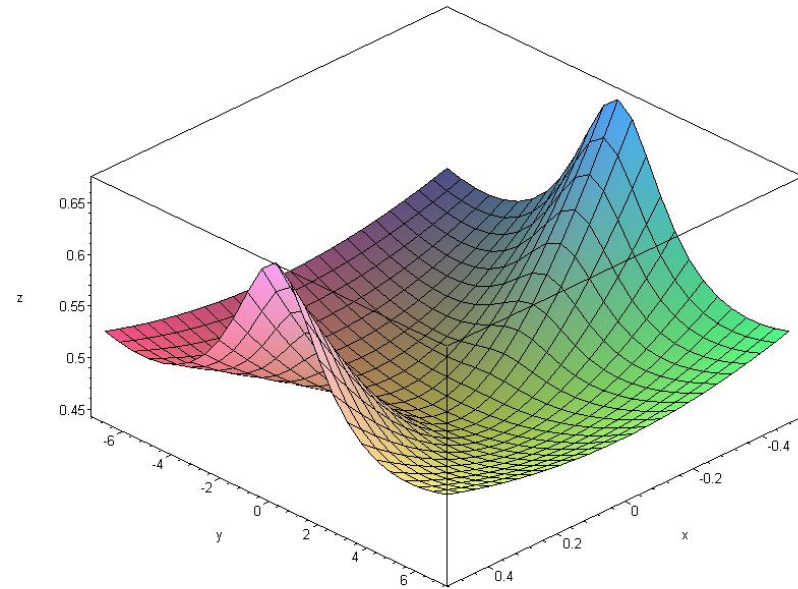
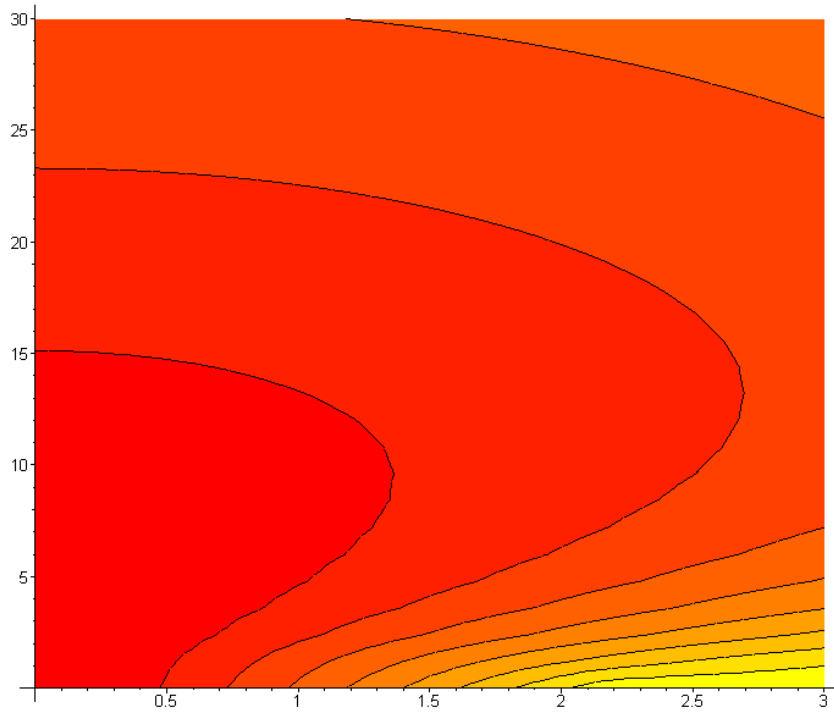
$$\omega_p \sqrt{\Gamma_s} \sim 10^{15} \text{ Hz} \quad !$$

$$R = \omega^2 - \Gamma_s v_F^2 k_x^2 - \Gamma_s^{-1} v_F^2 k_z^2$$

Плазменные и электромагнитные волны



Дисперсия ДПВ



В отсутствие пространственной дисперсии



$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{B}, \quad \text{rot } \mathbf{B} = -\frac{i\omega}{c} \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E}$$

Maxwell equation

$$(k^2 \delta_{ik} - k_i k_k - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ik}) E_k = 0$$

$$\det \left\| k^2 \delta_{ik} - k_i k_k - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ik} \right\| = 0$$

Dispersion equation – Fresnel equation

$$\frac{c^2 k_z^2}{\epsilon_{\perp}} + \frac{c^2 k_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} = \omega^2$$

P-поляризация

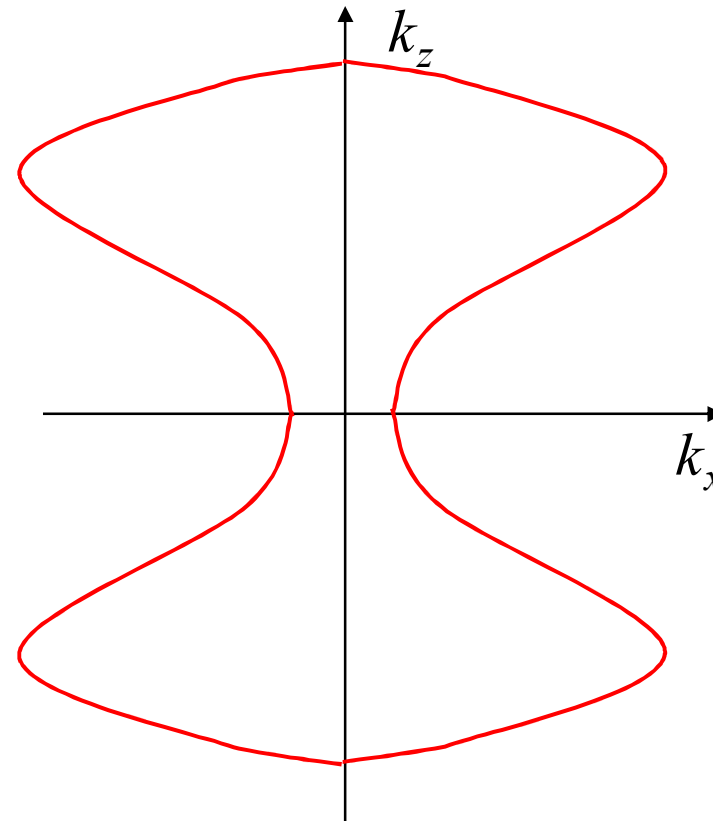
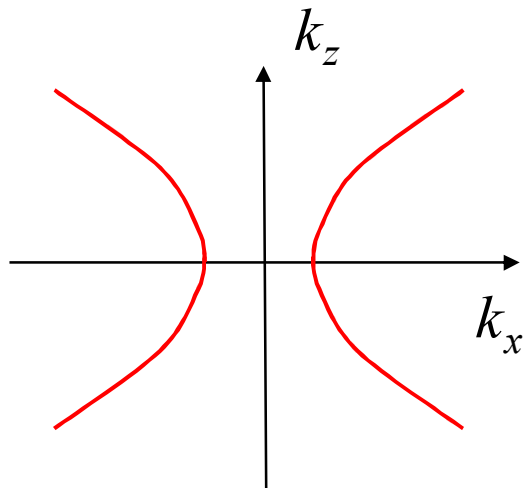
$$c^2 (k_z^2 + k_{\perp}^2) = \epsilon_{\perp} \omega^2$$

S-поляризация

Влияние пространственной дисперсии



Линейное уравнение SBP



$$D(\omega, k_x, k_z) = L(\omega, k_x, k_z) + 1 = 0$$

Is the quartic curve with respect ω^2, k_x^2, k_z^2

Phonon contribution.

Born-Oppenheimer approximation



$$M_v \ddot{\mathbf{z}}_N^v = \sum_{\mu, \mathbf{M}} \mathcal{G}_{\mathbf{N}-\mathbf{M}}^{v\mu} \mathbf{z}_M^\mu + q_v \mathbf{E}_N^v$$

Classical equation of ion motion

$$\mathbf{E}_N^v = \mathbf{E}_N + \sum_{\mu, \mathbf{M}} \mathcal{L}_{\mathbf{N}-\mathbf{M}}^{v\mu} \mathbf{P}_M^\mu$$

Lorenz-Lorentz correction

$$M_v \ddot{\mathbf{z}}_N^v = \sum_{\mu, \mathbf{M}} \mathcal{F}_{\mathbf{N}-\mathbf{M}}^{v\mu} \mathbf{z}_M^\mu + q_v \mathbf{E}_N$$

$$\mathcal{F}_{\mathbf{N}-\mathbf{M}}^{v\mu} = \mathcal{G}_{\mathbf{N}-\mathbf{M}}^{v\mu} - 4\pi q_v \mathcal{L}_{\mathbf{N}-\mathbf{M}}^{v\mu} q_\mu$$

$$\mathcal{K}_{ph} = \frac{1}{V} \sum_{a=1}^{3L} \frac{1}{-\omega^2 + \Omega^2(\mathbf{k}, a)} \frac{\sum_{v, \mu} q_v q_\mu \mathbf{e}_v(\mathbf{k}, a) \otimes \mathbf{e}_\mu^*(\mathbf{k}, a)}{\sum_v M_v \mathbf{e}_v(\mathbf{k}, a) \mathbf{e}_v^*(\mathbf{k}, a)}$$

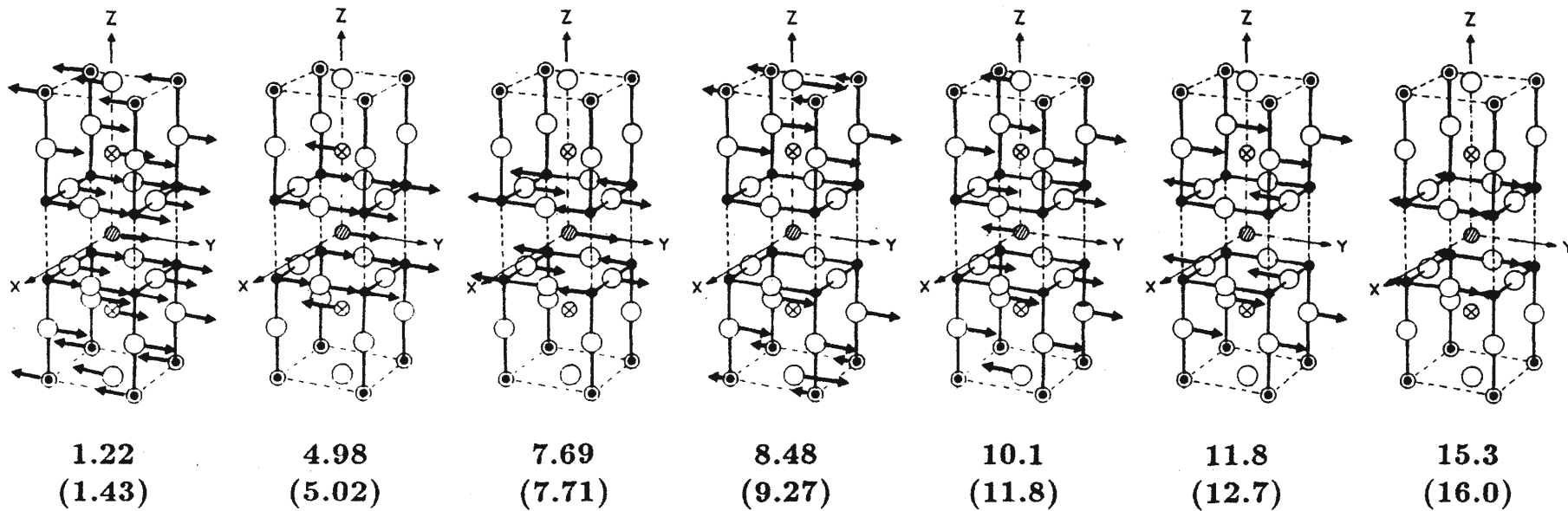
$$\left[-M_v \Omega^2 \delta_{v, \mu} \mathcal{F} - \sum_{\mu, \mathbf{M}} \mathcal{F}^{v, \mu}(\mathbf{k}) \right] \mathbf{e}^\mu(\mathbf{k}, a) = 0$$

Eigenvectors problem

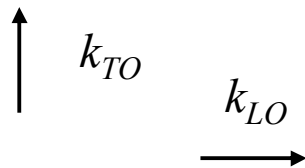
Polarizations vectors and frequencies of OP for BiSCCO



Infrared TO (LO)



Prade J et al, *Phys. Rev. B* **39** 2771 (1989)



Simple model. No spatial dispersion.



Fresnel equation- dispersion equation for EM wave (1820 – before Maxwell)

$$\frac{c^2 k_x^2}{\omega^2 \varepsilon_{zz}} + \frac{c^2 k_z^2}{\omega^2 \varepsilon_{xx}} = 1$$

Anisotropic electrons without pressure

$$\underline{\varepsilon}_e = -\frac{\omega_p^2}{4\pi\omega^2} \begin{pmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma^{-1} \end{pmatrix}$$

Diagonal phonon with fixed frequency

$$\underline{\varepsilon}_{ph} = -\frac{\omega_{pi}^2}{4\pi(\omega^2 - \Omega^2)} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

$$\frac{c^2 k_x^2}{\omega^2 \left(1 - \frac{\beta \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega^2} \right) - \frac{\omega_p^2}{\Gamma}} + \frac{c^2 k_z^2}{\omega^2 \left(1 - \frac{\alpha \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega^2} \right) - \Gamma \omega_p^2} = 1$$

Dispersion analysis

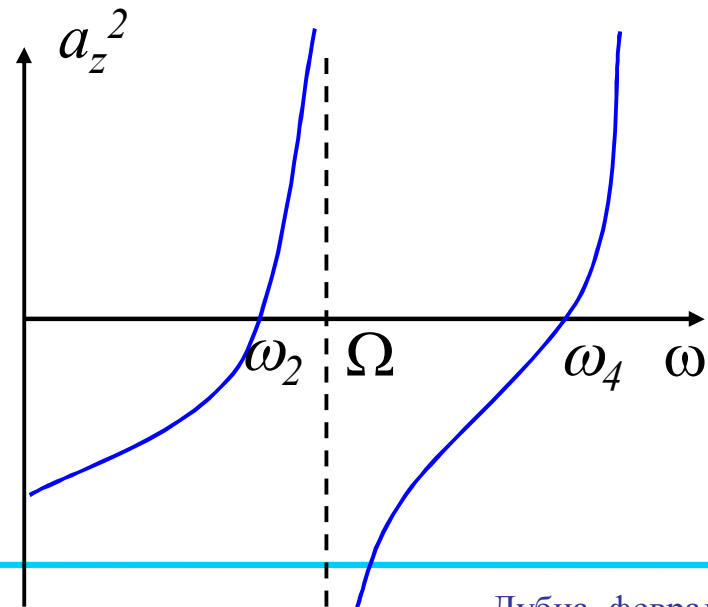
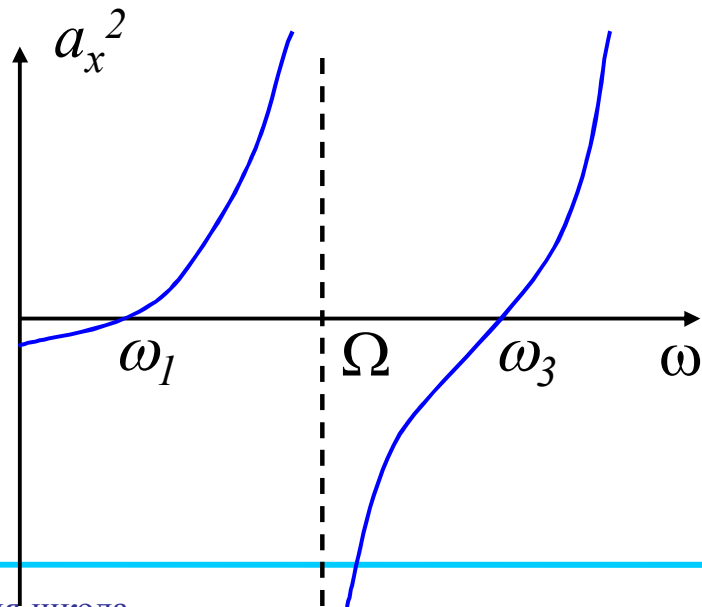


$$\frac{c^2 k_x^2}{a_x^2} + \frac{c^2 k_z^2}{a_z^2} = 1$$

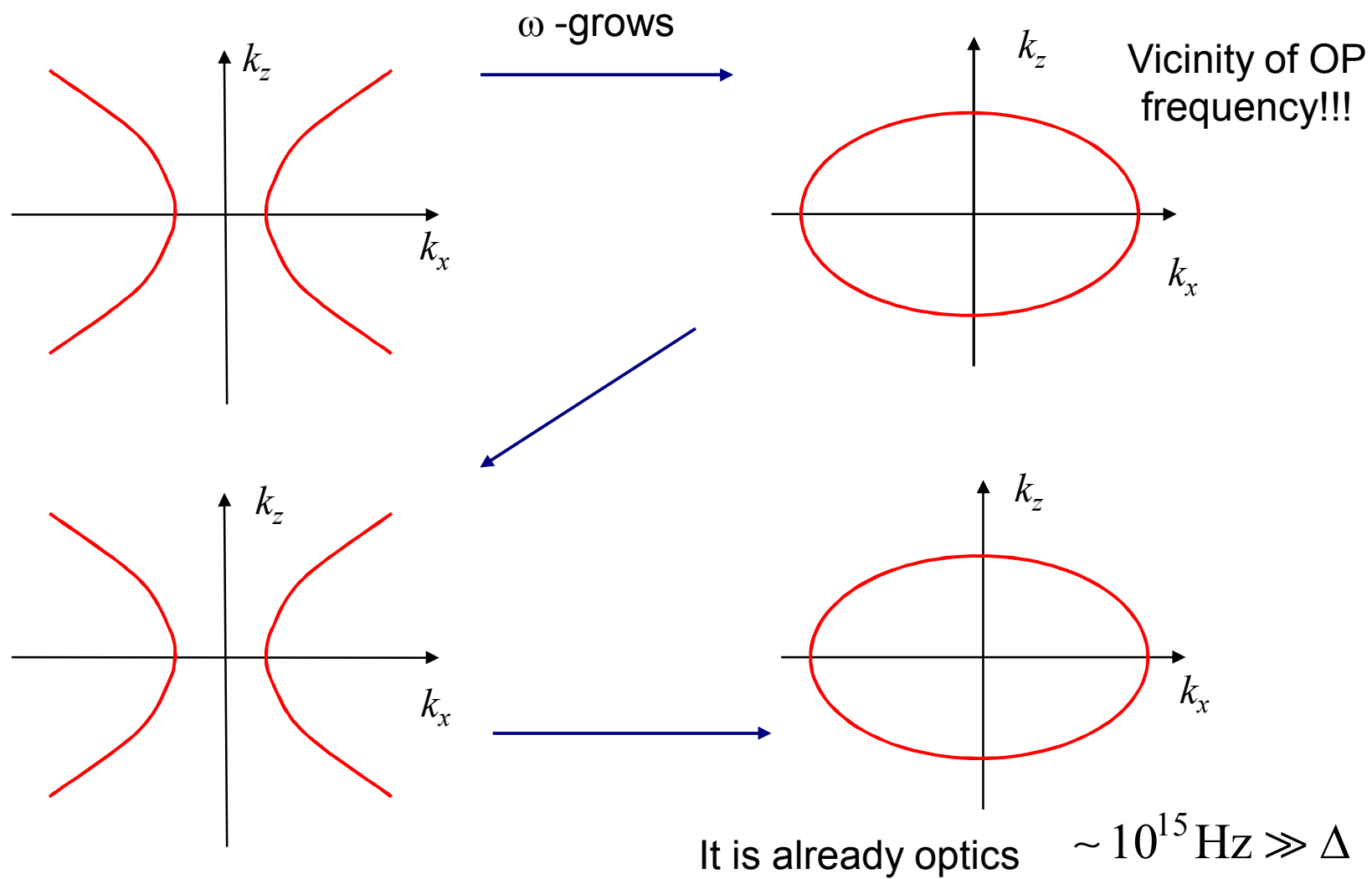
Quadric curve in k_x, k_z -plane

$$a_x^2 = \omega^2 \left(1 - \frac{\beta \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega^2} \right) - \frac{\omega_p^2}{\Gamma}$$

$$a_z^2 = \omega^2 \left(1 - \frac{\alpha \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega^2} \right) - \Gamma \omega_p^2$$



Влияние фононов на дисперсию



Вклад нормальных квазичастиц



$$\dot{n} + n_0 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

Collision Hydrodynamic equation

$$m(\dot{\mathbf{v}} + \nu \mathbf{v}) + \varepsilon_F \frac{\nabla n}{n_0} = -e \mathbf{E}$$

ν -collision frequency,
Can be anisotropic and
anomalous small

Quasiparticle permittivity

$$\epsilon_e = -\frac{\omega_p^2}{4\pi\omega(\omega + i\nu)R} \begin{pmatrix} \Gamma_n \omega(\omega + i\nu) - v_F^2 k_z^2 & v_F^2 k_x k_z \\ v_F^2 k_x k_z & \omega(\omega + i\nu) \Gamma_n^{-1} - v_F^2 k_x^2 \end{pmatrix}$$

$$R = \omega(\omega + i\nu) - \Gamma_n v_F^2 k_x^2 - \Gamma_n^{-1} v_F^2 k_z^2$$

Γ_n -Quasiparticle
anisotropy factor

Все вклады в восприимчивость



$$\frac{\omega^2}{c^2} \det \vec{\epsilon} = \mathbf{k} \vec{\epsilon} \mathbf{k}$$

For p-polarization

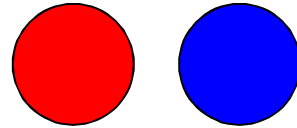
$$\epsilon_{ik} = \delta_{ik} + 4\pi\chi_{ik}^s + 4\pi\chi_{ik}^n + 4\pi\chi_{ik}^{ph}$$

Electron and phonon contributions
to Dielectric Permittivity

Типы волн в слоистом сверхпроводнике



Different ions

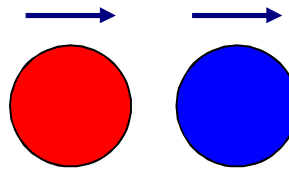


Superconducting and normal electrons

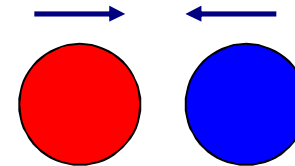


- Electromagnetic waves (Photons)

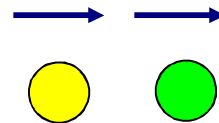
- acoustic phonon



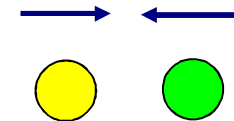
- Optical phonon



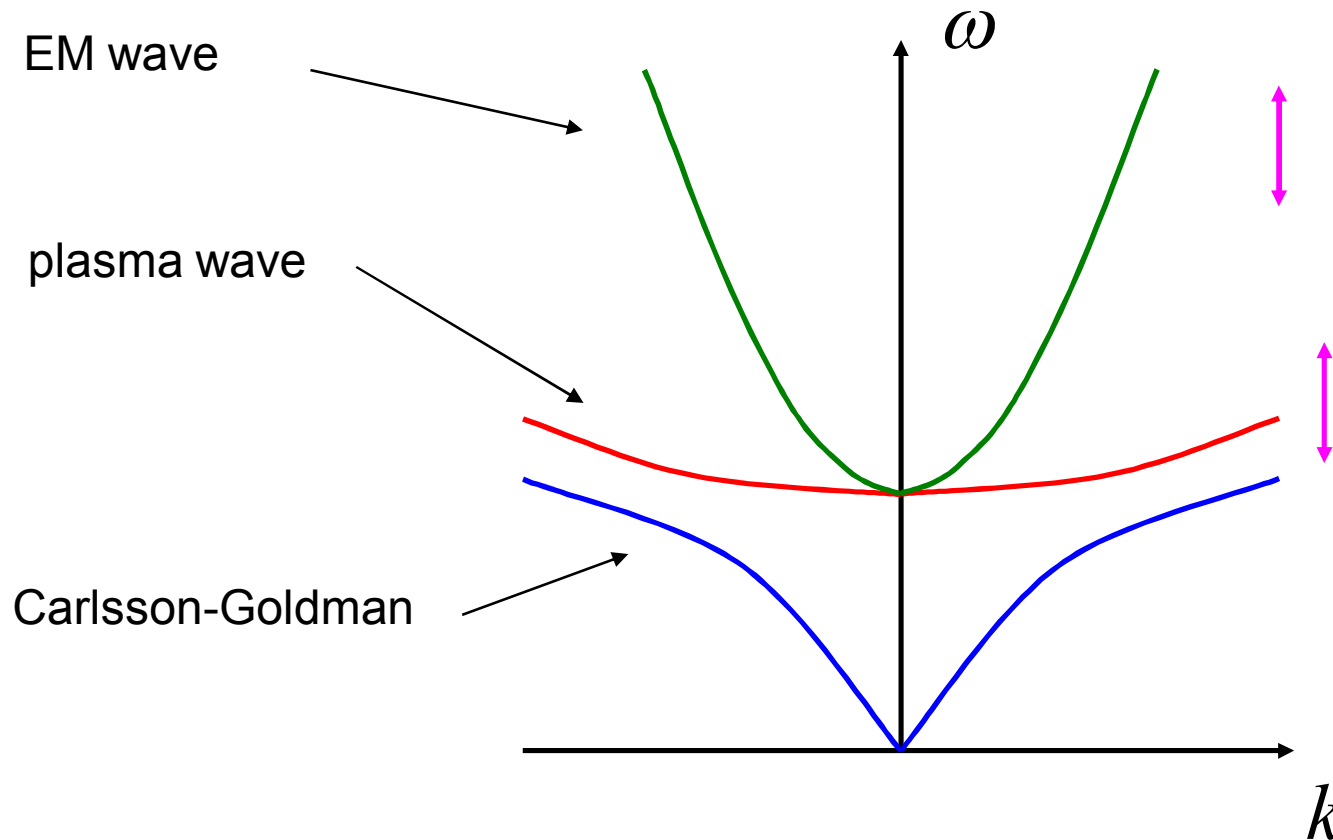
- Plasma waves



- Carlson-Goldman waves (2 nd sound)

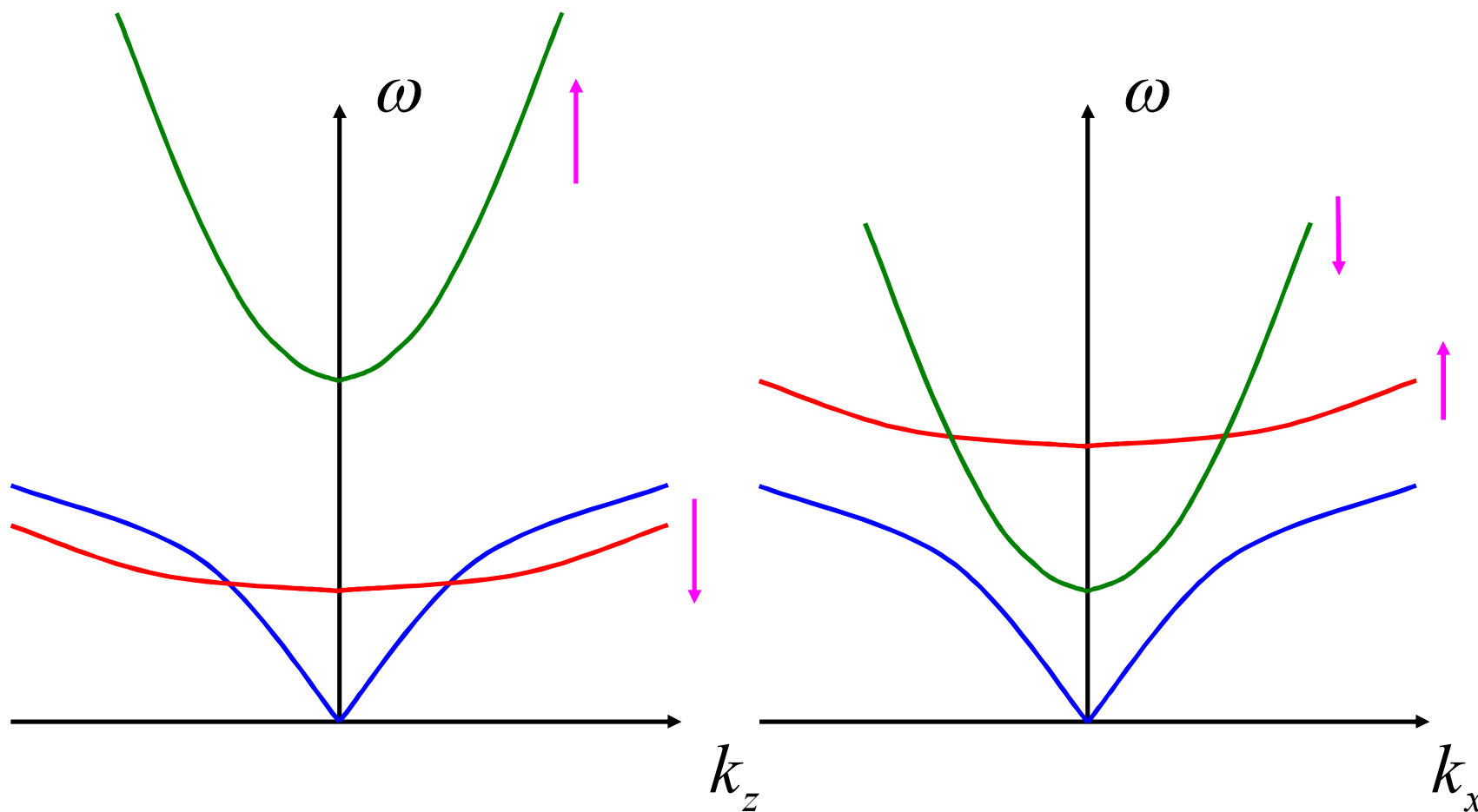


Isotropic case (neglecting phonons)

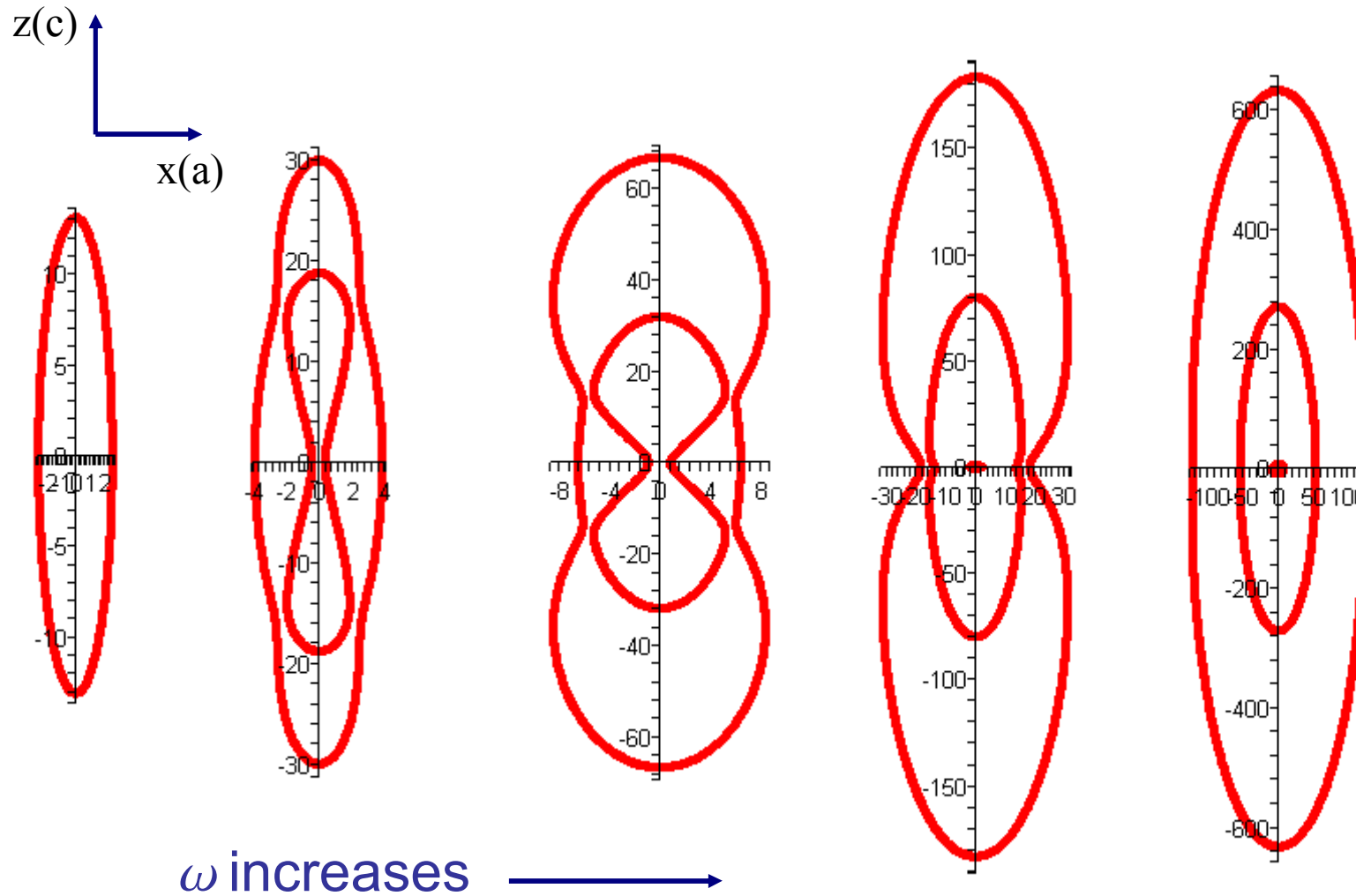


When anisotropy is switching on

CG-plasma and EM-plasma hybrid waves



Wave-vector surfaces $\omega(k_x, k_z) = \text{const}$



Общая модель.



$$\frac{\partial}{\partial t} \theta_n = E_{zn} - \eta \Delta_n D_{zn} - \eta \Gamma^{-1} \frac{\partial}{\partial x} (D_{xn+1} - D_{xn})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_n = E_{xn} - \eta \Gamma^{-2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} D_{xn} - \eta \Gamma^{-1} \frac{\partial}{\partial x} (D_{zn} - D_{zn-1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{zn} = \mu \frac{\partial}{\partial x} \theta_n - \mu \Gamma \frac{\partial}{\partial x} (p_{n+1} - p_n) - \sin \theta_n - j_{nz}^q - j_{nz}^{ph} + j_{ext}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{xn} = -\mu \Gamma \frac{\partial}{\partial x} (\theta_n - \theta_{n-1}) - \Gamma^2 (1 - \mu \Delta_n) p_n - j_{nx}^q - j_{nx}^{ph}$$

$$\epsilon = \epsilon + 4\pi\epsilon_n + 4\pi\epsilon_{ph}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Включает все ранее известные модели!

Выведено нами

Sakai et al, 1993, 19994

Koyama Tachiki, 1996

Koshelev,

J.H. Kim, J. Pokharel, 2003;

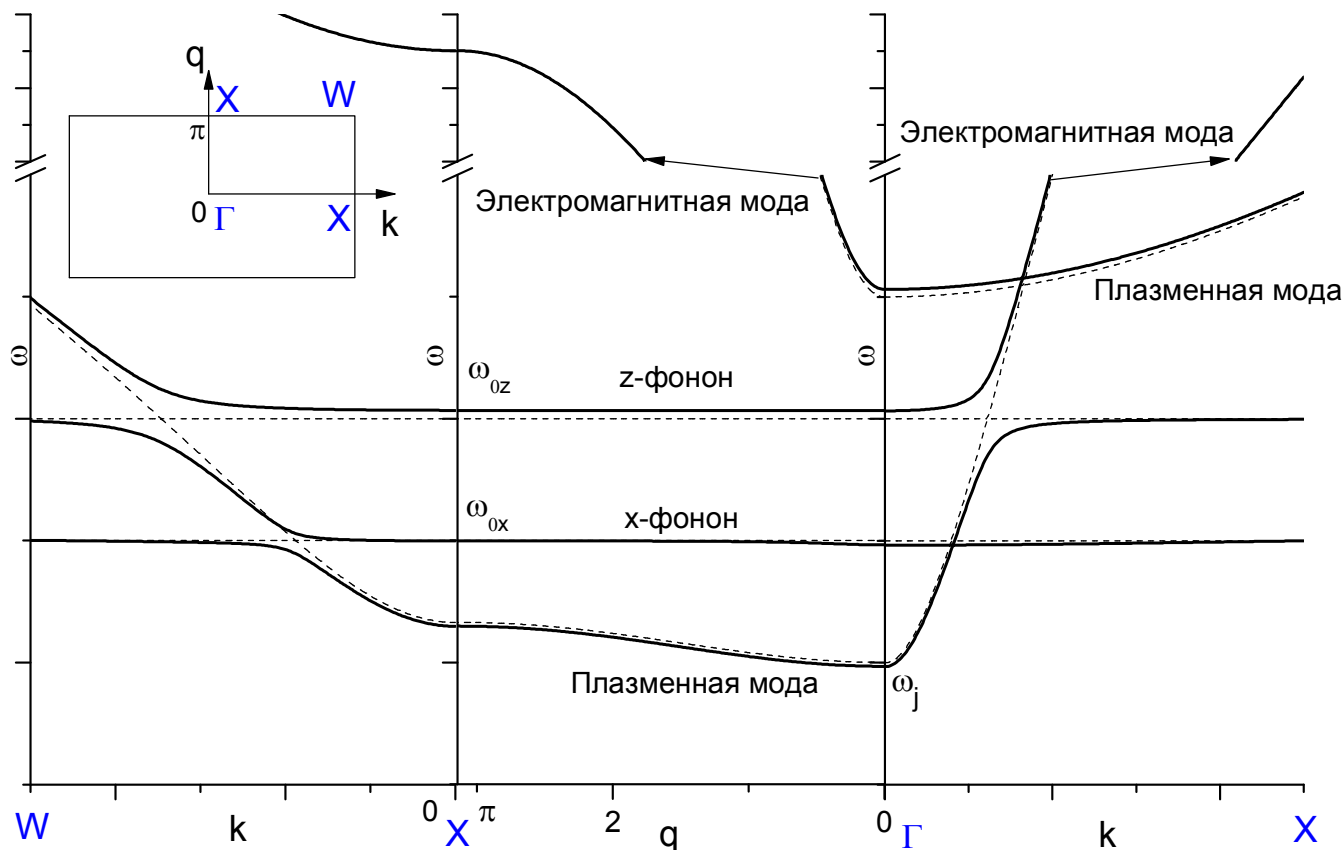
M. Machida, S. Sakai, 2004

Дисперсионные характеристики



$$\epsilon_{ph} = \epsilon - \begin{pmatrix} \frac{\Omega_x^2}{\omega^2 - \omega_{0x}^2} & 0 \\ 0 & \frac{\Omega_z^2}{\omega^2 - \omega_{0z}^2} \end{pmatrix}$$

— фоновый вклад простейшего вида



— схематическое изображение

Волны на решетках вихрей



- Vortex lattices
 - Different possible configuration
- Acoustic like modes over vortex lattices

Vortices and phase slips in a single LJJ



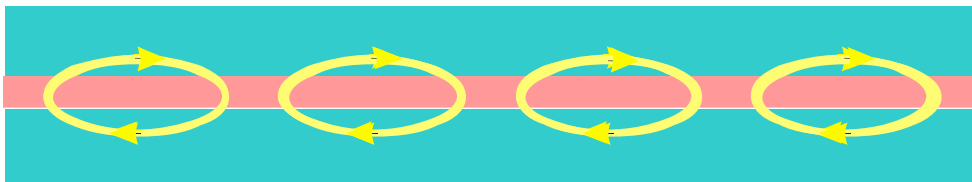
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + r^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \sin \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = j_{ext}$$

Single vortex

$$\tan \frac{\varphi}{4} = \exp \left\{ \pm \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2}} \right\}; u < 1$$

Single phase slip

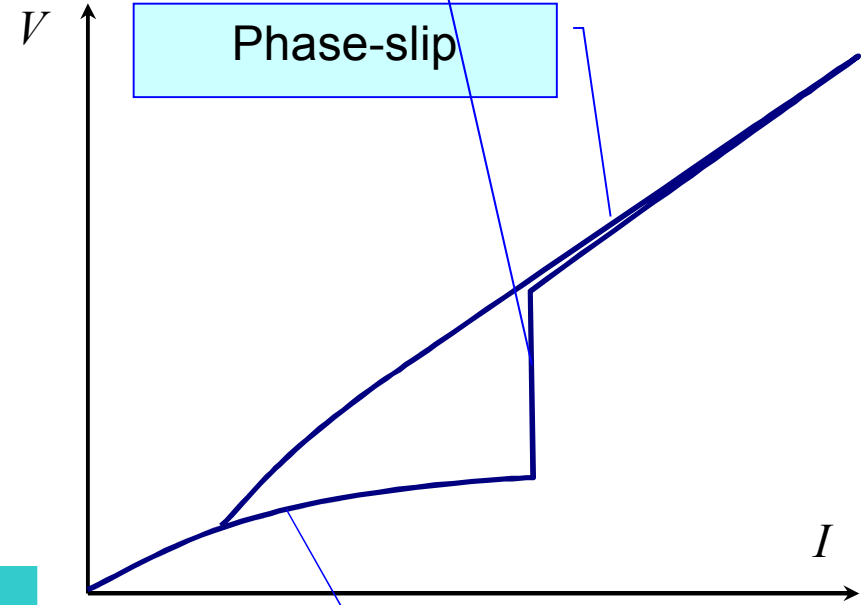
$$\tan \frac{\varphi + \pi}{4} = \exp \left\{ \pm \frac{x - ut}{\sqrt{u^2 - 1}} \right\}; u > 1$$



Typical IV curve

Jump to overcome instability

Phase-slip



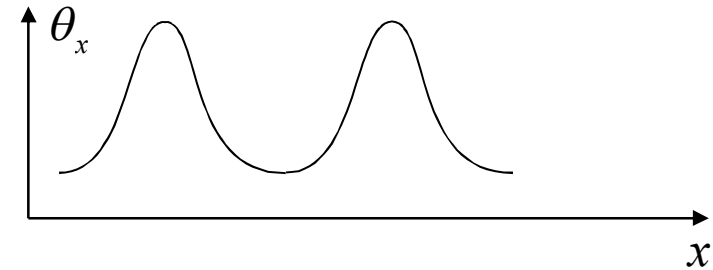
Flux-Flow branch

Базисные нелинейные решения SGE



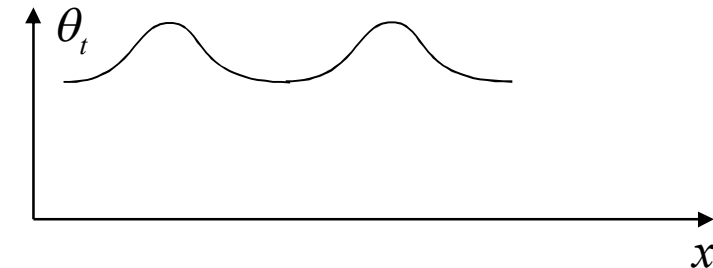
Цепочка вихрей

$$\sin \frac{\theta - \pi}{2} = \operatorname{sn} \left(\frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2}}, k \right), \quad u < 1$$



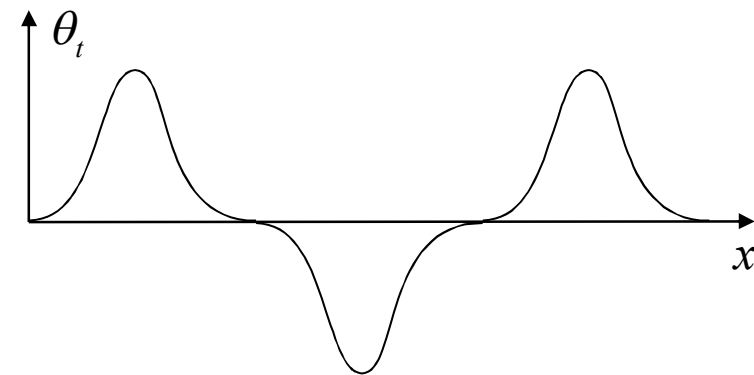
Линия проскальзывания фазы

$$\sin \frac{\theta}{2} = \operatorname{sn} \left(\frac{x - ut}{k\sqrt{1 - u^2}}, k \right), \quad u > 1$$



Нелинейная волна Свихарта

$$\sin \frac{\theta}{2} = k \operatorname{sn} \left(\frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2}}, k \right), \quad u > 1$$

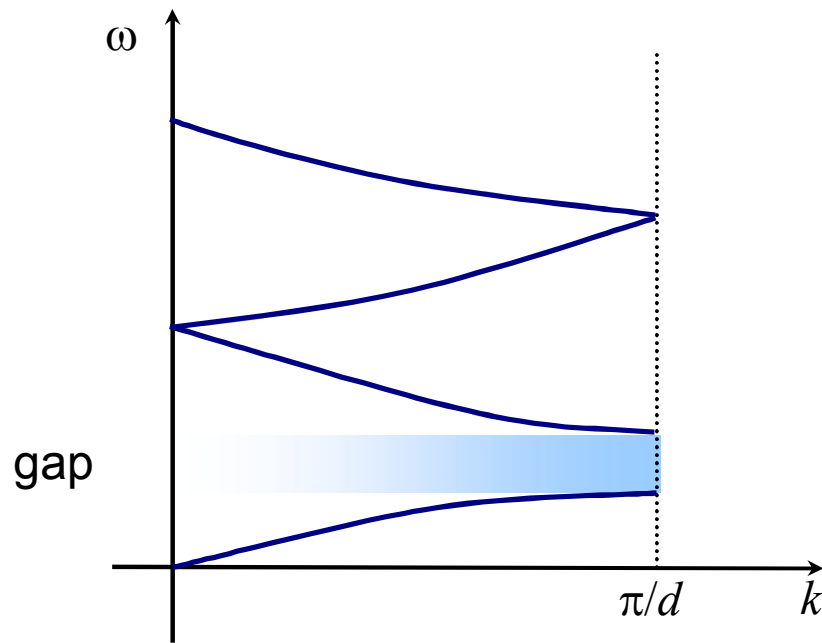


Linear waves in a single LJJ



Dispersion of eigenmodes-transverse electromagnetic waves (Lebwohl, Stephen, 1967)

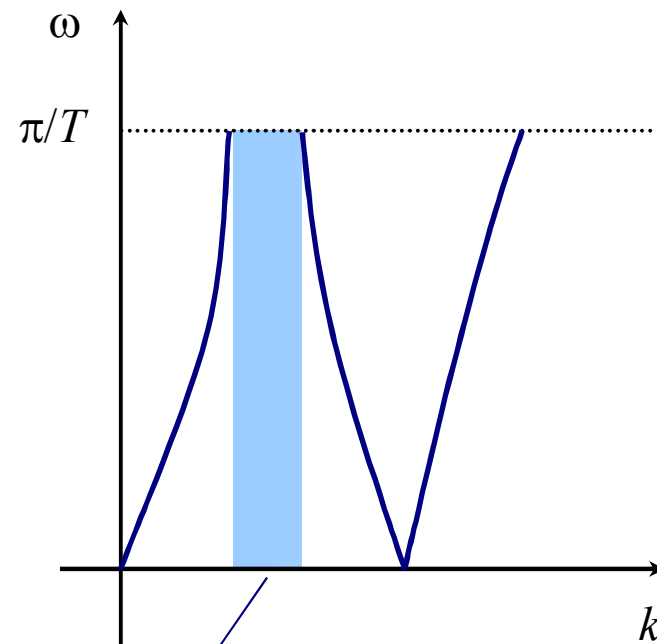
Over vortices



one band potential !

$x \rightleftharpoons t$

Over phase slips



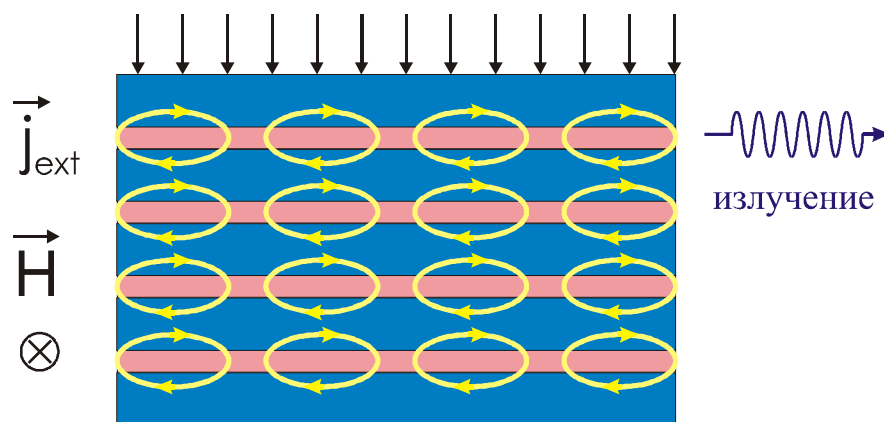
Stability analysis,
Kurin, Chiginev, 2002

instability,
suppressed by damping

Устойчивость синфазного режима



Прямоугольная
вихревая решетка



$$\theta_n^0 \equiv \theta^0 = h(x - ut) + \text{Im} \frac{e^{ih(x-ut)}}{L}$$

— вид решения в сильном магнитном поле —
плотная вихревая решетка

$$\theta_n = \theta^0 + \psi_n, \quad |\psi_n| \ll 1$$

↑
малые возмущения

Система уравнений для малых возмущений

$$\sum_{m=1}^N K_{mn} \{ (\partial_t^2 + \gamma \partial_t + \cos \theta^0) \psi_m + \mathbb{C} \sum_{k=1}^N \psi_k \} = \partial_x^2 \psi_n$$

— исследуем это решение на устойчивость.

Влияние полосковой линии.



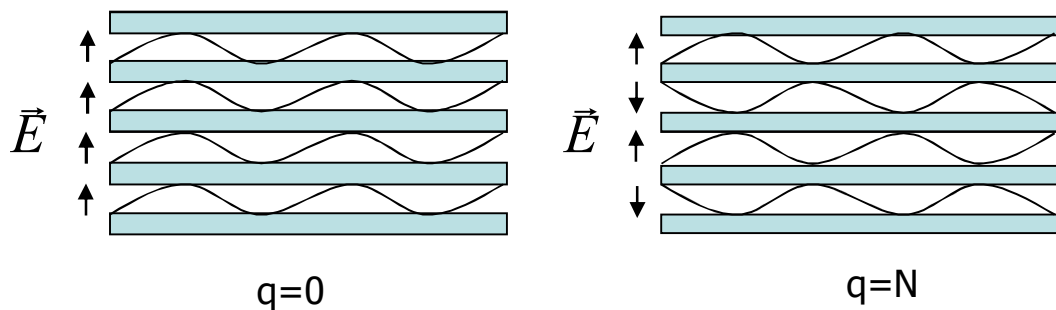
cos-Фурье-преобразование

$$\begin{cases} \chi_q(x,t) = \sum_{n=1}^N \psi_n(x,t) \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) (q-1) \frac{\pi}{N} \right], \\ \psi_n(x,t) = N^{-1} \left(\chi_1(x,t) + 2 \sum_{q=2}^N \chi_q(x,t) \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) (q-1) \frac{\pi}{N} \right] \right) \end{cases}$$

преобразует систему уравнений для малых возмущений к N независимым уравнениям

$$\left(\partial_t^2 + \gamma_q \partial_t + \cos \theta^0 \right) \chi_q(x,t) = v_q^2 \partial_x^2 \chi_q(x,t)$$

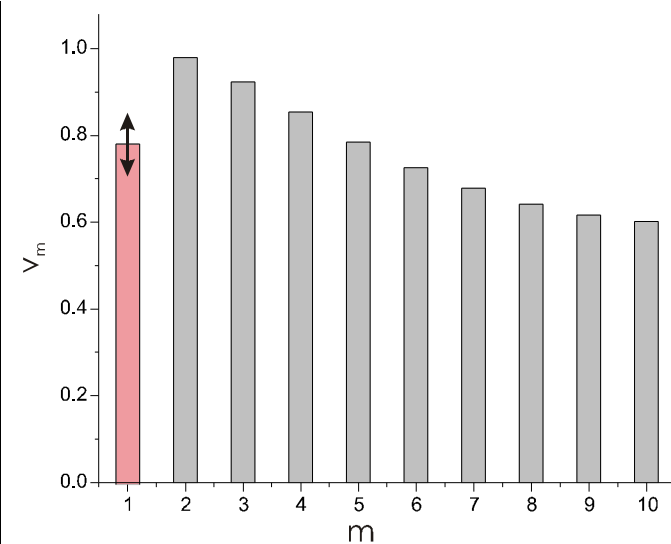
$\chi_q(x,t)$ — моды возмущений с зависимостью от номера контакта, определяемой поперечным волновым числом q



χ_1 — симметричная мода
IX Зимняя школа

χ_N — антисимметричная мода

Характеристические скорости линейных мод



$$v_1^2 = \frac{1 + \alpha N}{1 + \alpha N / c_I^2}$$

— полосковая линия влияет только на скорость симметричной моды!

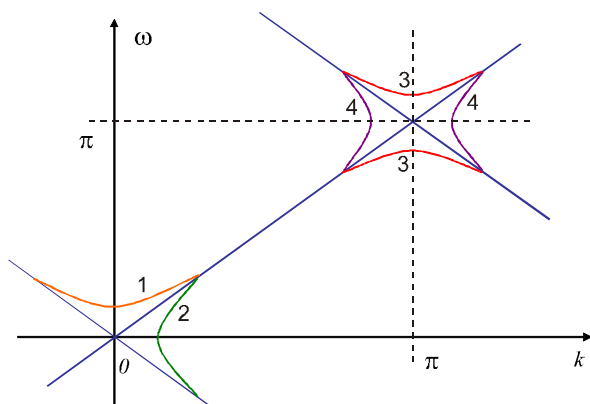
Исследование устойчивости синфазного режима движения вихрей



$$(\partial_t^2 - v^2 \partial_x^2 + \mu \Pi(x - ut)) \chi(x, t) = 0$$

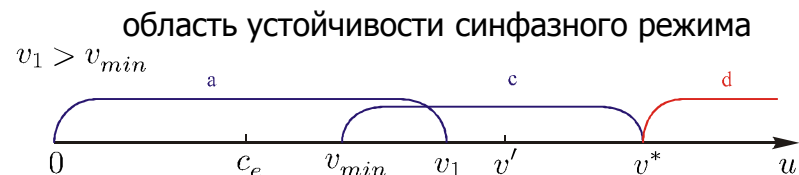
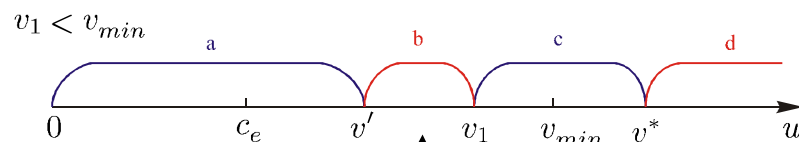
— вид уравнения для малых возмущений

$\mu \sim h^{-2}$ — малый параметр

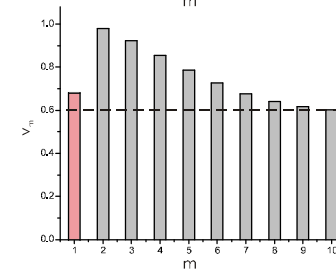
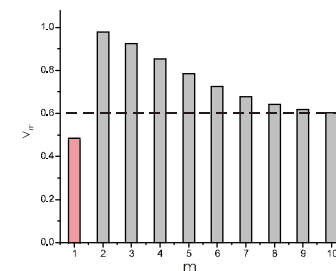


— возможные варианты поведения дисперсионной характеристики возмущений прямоугольной вихревой решетки

Диаграммы устойчивости синфазного режима



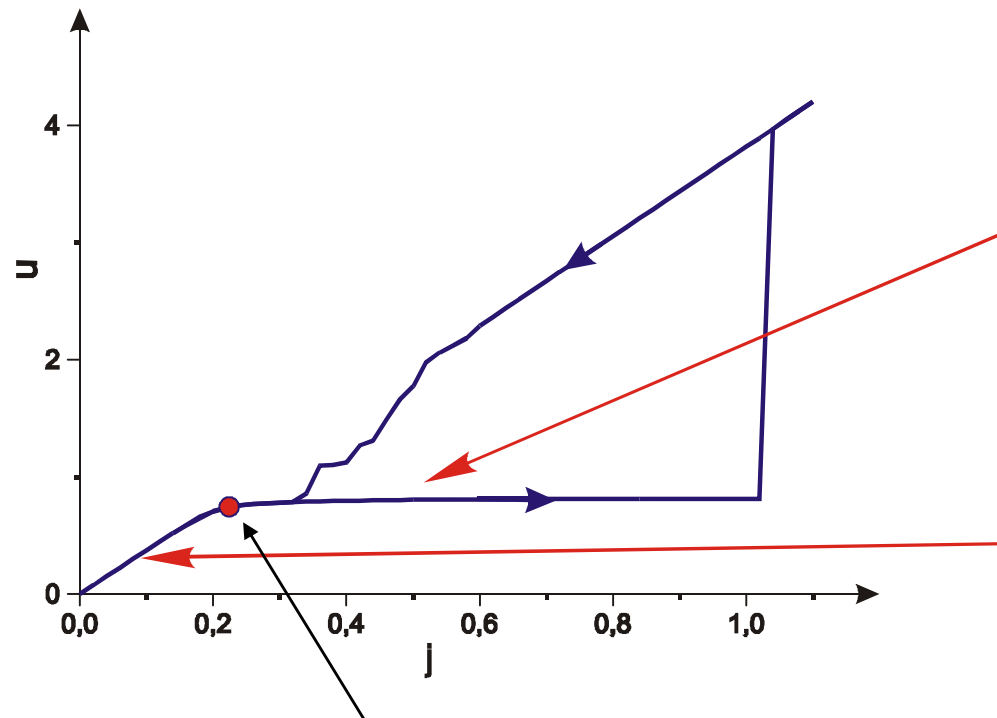
область устойчивости синфазного режима



Спонтанное установление синфазного режима движения вихрей

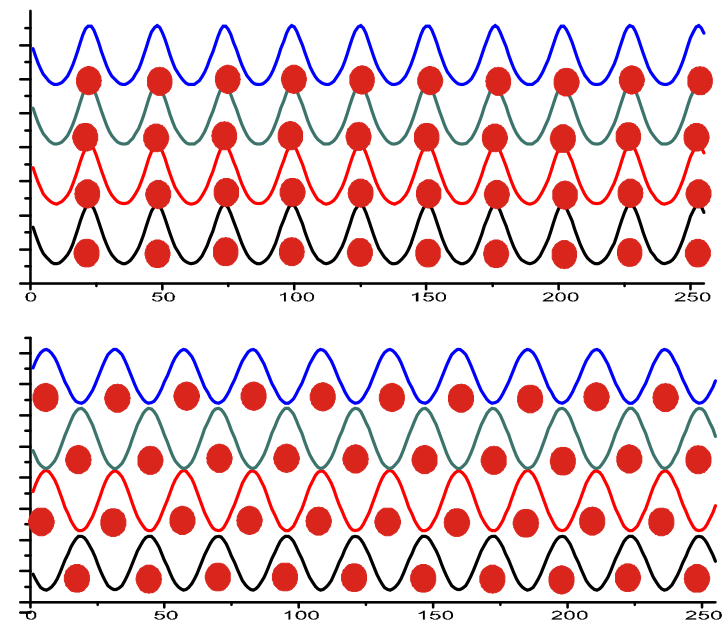


Вольт-амперная характеристика

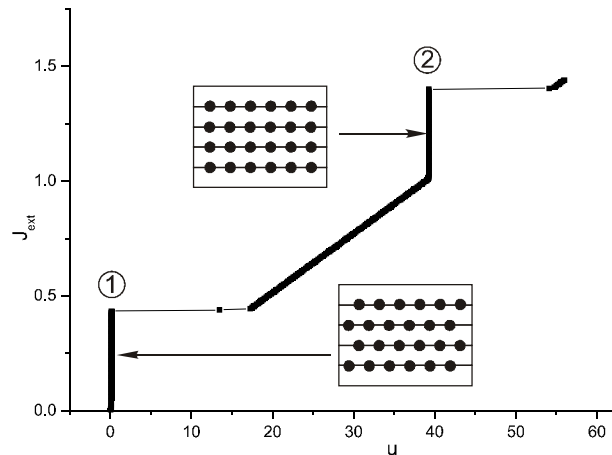


точка перехода к синфазному режиму

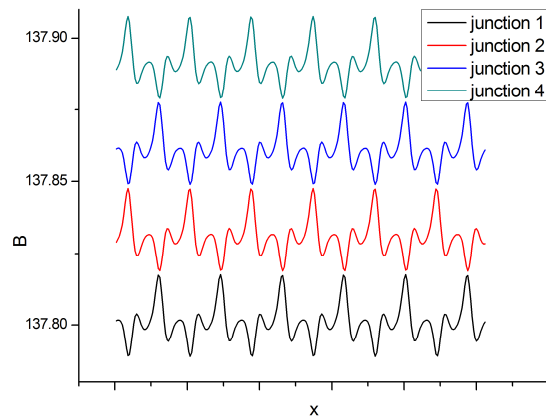
Структура вихревых решеток



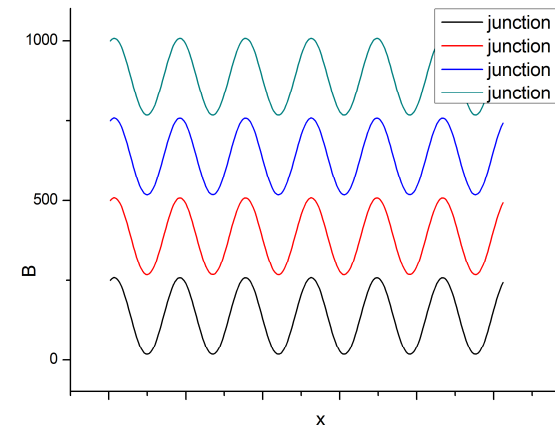
Резонансы на ВАХ слоистого ВТСП



Вольт-амперная характеристика (ВАХ) слоистого сверхпроводника с движущейся решеткой джозефсоновских вихрей (6 вихрей на период). На вставках схематически показаны типы вихревых решеток, соответствующие разным ступеням на ВАХ.



Распределение магнитного поля в движущейся вихревой решетке, соответствующее резонансу 1 на ВАХ — треугольная вихревая решетка.

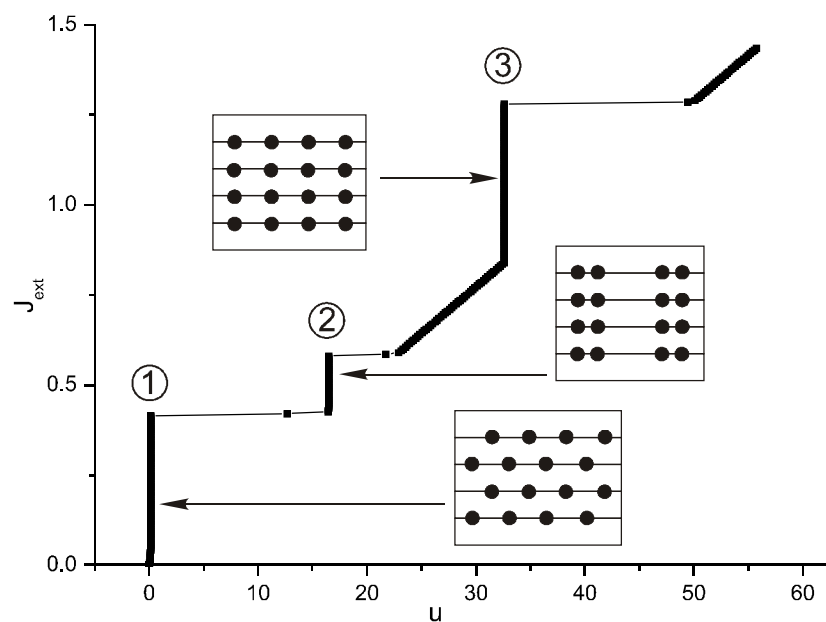


Распределение магнитного поля в движущейся вихревой решетке, соответствующее резонансу 2 на ВАХ — прямоугольная вихревая решетка — большая амплитуда переменной составляющей электромагнитного поля.

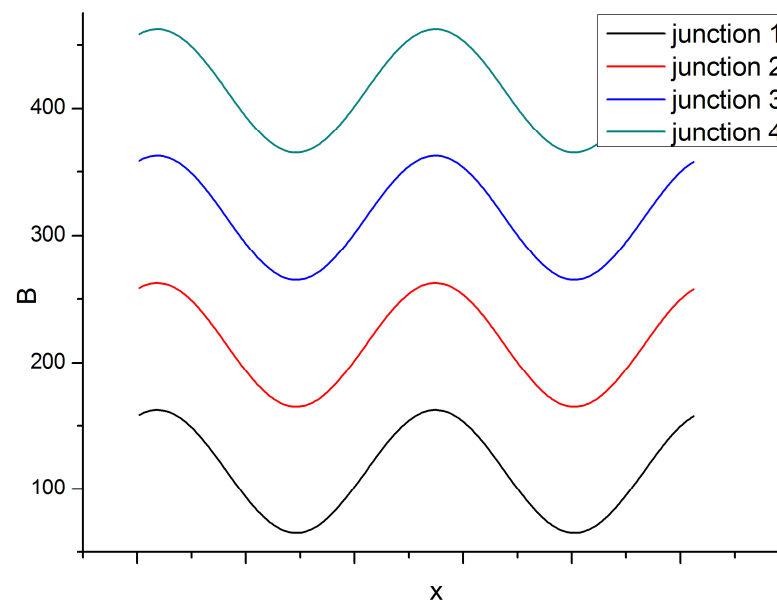
Удвоение периода вихревой решетки



Более слабое внешнее магн. поле, чем на пред. слайде



ВАХ слоистого ВТСП с движущейся решеткой джозефсоновских вихрей (4 вихря на период).



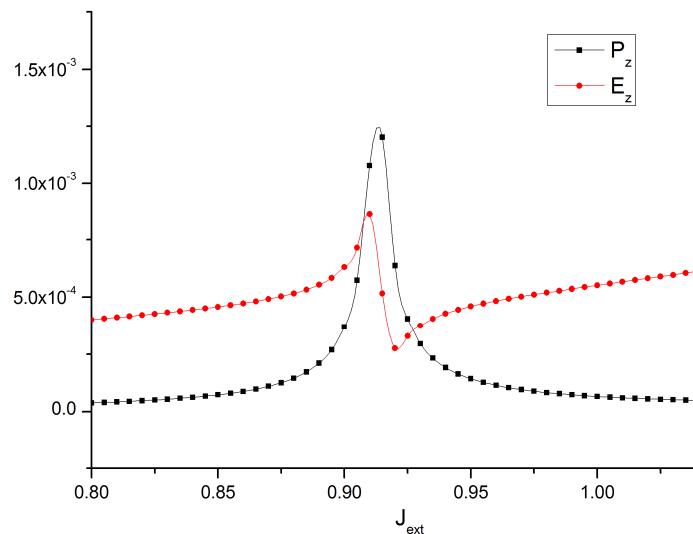
Распределение магнитного поля в движущейся вихревой решетке, соответствующее ступеньке 2 на рис. — 2 осцилляции на период.

Возбуждение фонона вихрями

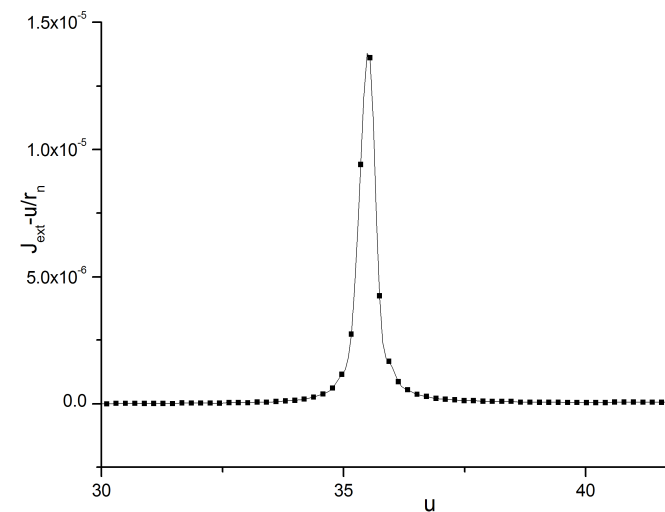


$$\epsilon_{ph} = \epsilon \begin{pmatrix} \frac{\Omega_x^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_{ph_x} - \omega_{0_x}^2} & 0 \\ 0 & \frac{\Omega_z^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_{ph_z} - \omega_{0_z}^2} \end{pmatrix}$$

— выражение для фононного вклада, использованное в расчетах

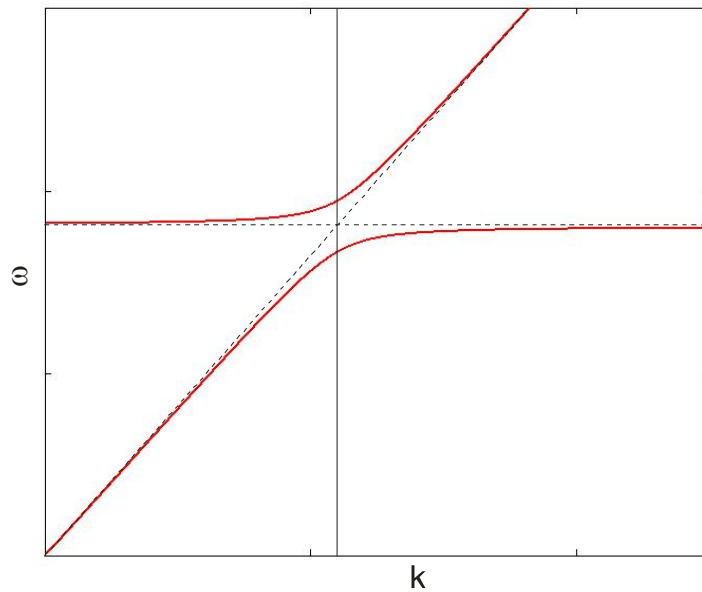


Зависимость модулей комплексных амплитуд гармоник электрического поля и поляризации от напряжения (частоты) вблизи частоты фонона.

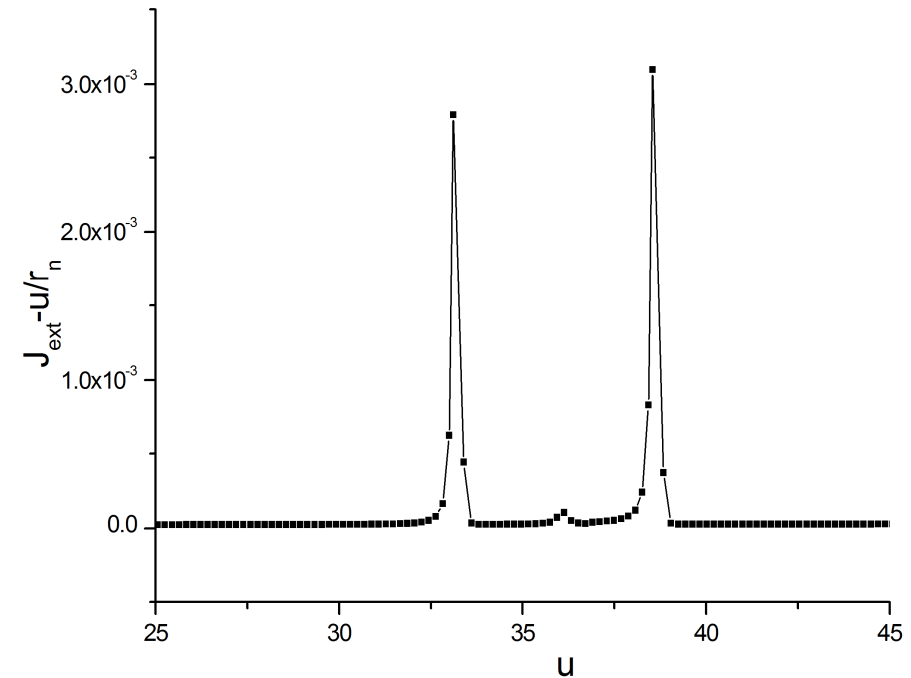


Вклад в ВАХ из-за возбуждения фононной моды в слоистом сверхпроводнике.

Возбуждение гибрида фонон+мода Свихарта



Дисперсионная характеристика симметричной моды Свихарта и фононной моды вблизи области их взаимодействия.

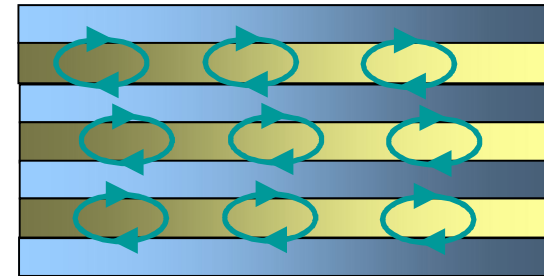
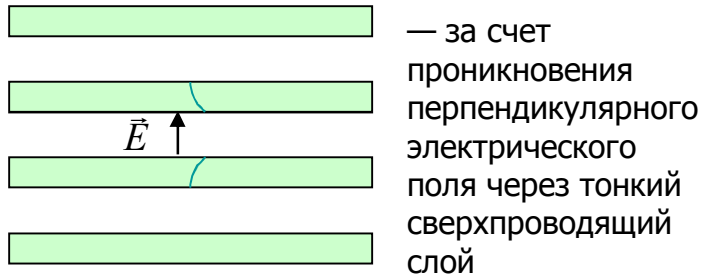


Вклад в ВАХ из-за возбуждения гибридных мод в слоистом ВТСП

Возбуждение нелинейной волны КГ

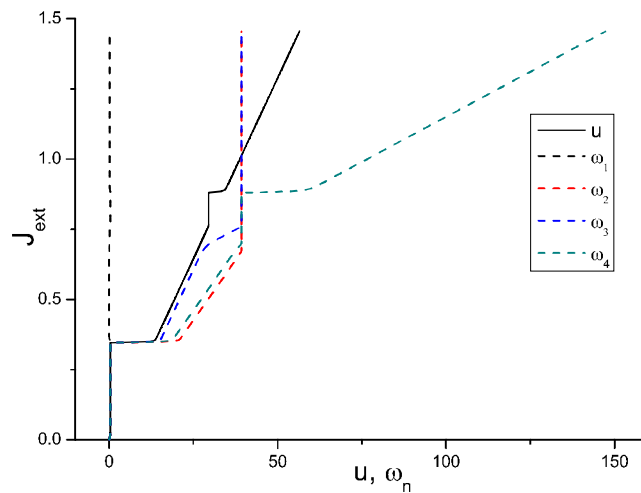


Зарядовая связь между контактами



— вихревые цепочки движутся с разными скоростями !

$\eta \neq 0$ — учет зарядовой связи $r_d \neq 0$



$$\frac{\partial}{\partial t} \theta_n = E_{zn} - \eta \Delta_n D_{zn} - \eta \Gamma^{-1} \frac{\partial}{\partial x} (D_{xn+1} - D_{xn})$$

джозефсоновское соотношение — нарушается при наличии зарядовой связи

Зависимости скоростей роста фазы (скоростей вихревых цепочек) от внешнего тока в разных контактах структуры.